



KERNFORSCHUNGSANLAGE JÜLICH GmbH

Institut für Kernphysik

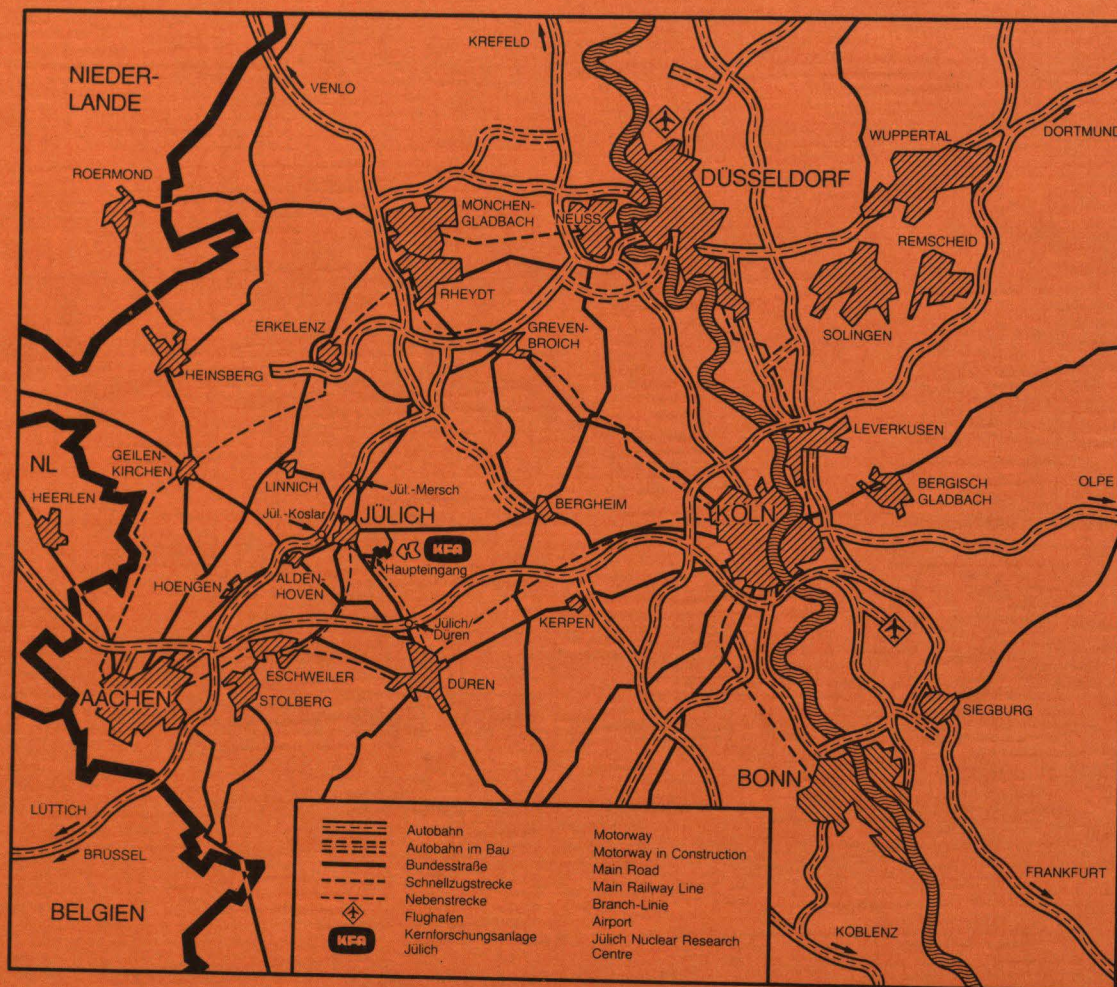
**Studium der ($^3\text{He},t$)-Reaktion und der
(p,n)-Reaktion
bei intermediären Energien**

von

Alfred Schulte

Jül - Spez - 371
September 1986
ISSN 0343-7639





Als Manuskript gedruckt

Spezielle Berichte der Kernforschungsanlage Jülich – Nr. 371

Institut für Kernphysik Jül - Spez - 371

Zu beziehen durch: ZENTRALBIBLIOTHEK der Kernforschungsanlage Jülich GmbH

Postfach 1913 · D-5170 Jülich (Bundesrepublik Deutschland)

Telefon: 02461/610 · Telex: 833556-0 kf d

**Studium der ($^3\text{He},t$)-Reaktion und der
(p,n)-Reaktion
bei intermediären Energien**

von

Alfred Schulte

Abstract

Within the framework of the Distorted Wave Impulse Approximation (DWIA) a method is presented for the calculation of inelastic and charge exchange scattering processes induced by composite particles. The in those reactions often neglected knockon-exchange contributions are treated exactly. The basic tool is the multipole expansion method which is repeatedly applied to perform multidimensional integrals involved in both the direct and exchange amplitudes. Based on that method a computer code is developed and is applied to examine the recoil and tensor exchange effects for different multipoles. Neglecting those effects 10 - 30 % error shows up in the calculations. A comparative study of the $^{90}\text{Zr}(^3\text{He},t)$ - and $^{90}\text{Zr}(p,n)$ -reactions is then performed at the bombarding energy of 200 MeV per nucleon. It is shown that the $(^3\text{He},t)$ -reaction excites the collective $1\hbar\omega - (L=1)$ - and $2\hbar\omega - (L=2)$ - spin-flip modes much more strongly than the (p,n) -reaction. The reason for that is found in the strong surface character of the $(^3\text{He},t)$ -reaction. It is proved that both the (p,n) - and $(^3\text{He},t)$ -spectra are nearly background free and represent a linear spin-isospin ($\sigma\tau$)-response of the target nucleus to the probing (p,n) - and $(^3\text{He},t)$ -fields, respectively.

Inhaltsverzeichnis

	Seite
Einleitung	1
I. Formale Streutheorie	9
1.1 Der effektive Hamiltonoperator und die Gleichungen der gekoppelten Reaktionskanäle	9
1.2 Die effektive Projektilnukleon-Targetnukleon-Wechselwirkung	15
II. Die antisymmetrisierte DWBA-Übergangs-Amplitude	19
2.1 Definition der direkten T-Matrix und der Austausch-T-Matrix	19
2.2 Der direkte Formfaktor und der Austausch-Formfaktor bei der Streuung zusammengesetzter Projektile	24
2.3 Die volle DWBA-Übergangs-T-Matrix	36
2.4 Die No-Recoil-Näherung	38
III. Wahl der effektiven Projektilnukleon-Targetnukleon-Wechselwirkung	41
3.1 Die even-odd-Darstellung der Wechselwirkung	41
3.2 Das Energiefenster	44
IV. Spezialisierung auf die ($^3\text{He}, t$)-Reaktion	46
4.1 Projektilstruktur	46
4.2 Das optische Potential	47
V. Experimentelle Situation	50
5.1 Die Nullgradspektren	50
5.2 Die höheren Streuwinkel $\theta > 0^\circ$	64
5.3 Modell zur mikroskopischen Analyse der (p,n)- und ($^3\text{He}, t$)-Reaktion	65
5.4 Die Kernstruktur	66
VI. Diskussion und Ergebnisse	70
6.1 Das optische Potential und die Absorption	70
6.2 Zentral- und Tensorkräfte in der ($^3\text{He}, t$)-Reaktion	74
6.3 Die No-Recoil-Näherung für die ($^3\text{He}, t$)-Reaktion	76
6.4 Die Anregung der einzelnen Multipole in der ($^3\text{He}, t$)- und (p,n)-Reaktion	79
6.5 Berechnung der $^{90}\text{Zr}(p,n)$ -Spektren im Rahmen des "Independent Particle"-Modells	85
6.6 Die Stärkeverteilung in der RPA	89

Einleitung

Direkte Kernreaktionen, induziert von leichten Hadronen wie Protonen, Neutronen, Deuteronen, ^3He oder α -Teilchen, haben in den letzten Jahren viel zum Verständnis der Struktur der Atomkerne beigetragen¹⁻²⁾. Eine direkte Kernreaktion ist dadurch charakterisiert, daß sie in wenigen Reaktionsschritten abläuft, d.h. im Idealfall nach einem direkten Einstufenmechanismus. In diesem Fall können während des Streuprozesses nur einfache Freiheitsgrade des Kerns angeregt werden. Dazu gehören z.B. die Einteilchenanregungen oder auch die kollektiven Rotations- und Vibrationsschwingungen³⁾ des Kerns.

Während nun die elastische Streuung Informationen über die Grundzustandsverteilung des Kerns sowie über das mittlere Kernpotential liefert, lassen sich aus der inelastischen Streuung Informationen über angeregte Kernzustände gewinnen. Von den angeregten Zuständen sind besonders die Riesenresonanzen in den letzten Jahren experimentell⁴⁻¹³⁾ und theoretisch¹⁴⁻¹⁶⁾ intensiv untersucht worden. Riesenresonanzen sind kollektive Kernschwingungen, an denen alle Nukleonen im Kern in kohärenter Weise teilnehmen. Physikalisch sind diese Zustände deshalb von besonderem Interesse, weil ihre Anregungsenergien, Anregungsstärken und Breiten Rückschlüsse auf die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung im Kern zulassen. Vom mikroskopischen Standpunkt aus gesehen koppelt nämlich die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung (die Restwechselwirkung) die vielen möglichen verschiedenen Einteilchen-Einloch(1T1L)-Anregungen des Kerns direkt miteinander, so daß die gesamte 1T1L-Anregungsstärke in einigen wenigen kollektiven Zuständen konzentriert wird. Diese kollektiven Zustände repräsentieren die Normalschwingungen des Atomkerns. Da der Kern aus Nukleonen besteht, die einen inneren Spin- und Isospinfreiheitsgrad besitzen, können die Riesenresonanzen je nach An- oder Nichtanregung dieser inneren Freiheitsgrade in vier verschie-

Im Jahre 1980 wurde die Gamow-Teller-Riesenresonanz (GTR, $J^\pi=1^+$, $\Delta L=1=\Delta S$, $\Delta T=1$) als absolut dominierender Zustand im 0^0 -Spektrum der $^{90}\text{Zr}(p,n)^{90}\text{Nb}$ -Reaktion bei einer Einschußenergie von 160 MeV entdeckt⁴⁻⁵). Die GTR ist eine kollektive Spin-Isospin-Schwingung, bei der die spinungesättigten Neutronen, d.h. vor allem die Oberschußneutronen in Kernen mit $N>Z$, ihre Spins und Isospins in kohärenter Weise umklappen, ohne ihre Ortswellenfunktionen zu ändern. Die Kohärenz ist ein Resultat der Spin-Isospin-Wechselwirkung im Kern, die durch Analyse dieser Moden studiert werden kann. Die Existenz der GTR war bereits 1963 von Ikeda et al.¹⁷⁾ theoretisch vorausgesagt worden, aber erst die hohen Einschußenergien ($E > 100$ MeV) an der IUCF ermöglichten eine eindeutige Identifikation. Die physikalische Ursache dafür ist die starke und unterschiedliche Energieabhängigkeit der verschiedenen Kraftkomponenten der effektiven Projektil-Targetnukleon-Wechselwirkung¹⁸⁾, die während des (p,n)-Streuprozesses wirksam sind. Im Energiebereich zwischen 100 MeV und 500 MeV Einschußenergie ist die Wechselwirkung im Spin-Isospin($\sigma\tau$)-Kanal $V_{\sigma\tau}$ nahezu energieunabhängig, während die Wechselwirkung im Isospin(τ)-Kanal V_τ etwa um einen Faktor 3 schwächer ist als $V_{\sigma\tau}$. Deshalb ist bei der relativ hohen Einschußenergie von 200 MeV die isovektorielle magnetische Gamow-Teller-Resonanz dominant.

Mikroskopisch läßt sich die GTR im Rahmen der "Random Phase Approximation" (RPA) durch kollektive Überlagerung von Protonteilchen-Neutronloch-Zuständen beschreiben, die zu $J^\pi=1^+$ koppeln. Physikalisch ist diese Resonanz aus vorwiegend zwei Gründen interessant. Erstens erlaubt sie eine detaillierte Untersuchung der Teilchen-Loch-Restwechselwirkung im $\sigma\tau$ -Kanal. Zweitens existiert für diese Resonanz eine modellunabhängige Summenregel¹⁹⁾. Das Interessante ist nun, daß experimentell etwa nur 50-60 % der durch diese Summenregel gegebenen Stärke gefunden wird⁹⁻¹⁰⁾. Für dieses sog. Quenching gibt es im wesentlichen zwei Erklärungen.

Für eine genaue Untersuchung der GT-Stärke im Hochenergieteil des 0^0 -(p,n)-Spektrums ist es nun wesentlich, die Streuquerschnittsbeiträge der L=1- und L=2-Resonanzen zu den 0^0 -(p,n)-Spektren besser zu verstehen, denn diese Beiträge bilden sozusagen den "Untergrund" für die GT-Stärkeverteilung. Um dies zu erreichen, bieten sich im wesentlichen zwei Möglichkeiten an. Die erste ist die, daß man aus den Spektren bei größeren Streuwinkeln, nämlich dort, wo die L=1- und L=2-Resonanzen ihre maximalen Streuquerschnitte besitzen, deren genaue energetische Lage bestimmt. Anschließend berechnet man unter Zuhilfenahme eines Kernmodells die (p,n)-Winkelverteilung für diese Zustände und kann so ihren 0^0 -Streuquerschnitt abschätzen.

Natürlich ist diese Analyse modellabhängig, wie verschiedene mikroskopische⁴⁰⁻⁴⁵⁾ Rechnungen für die (p,n)-Reaktion zeigen.

Nun zeigen die 0^0 -(p,n)-Spektren einen starken Abfall des Streuquerschnitts zu höheren Anregungsenergien hin. Dieser schnelle Abfall deutet darauf hin, daß die Dipol- und Quadrupolresonanzen im Nullgradspektrum nur schwach angeregt sind. Außerdem ist es wegen des ungeladenen Neutrons im Ausgangskanal in der (p,n)-Streuung schwierig, den Hochenergiebereich des Anregungsspektrums mit hoher Energieauflösung zu messen.

Es ist deshalb interessant, eine Probe zu haben, die selektiver auf diese höheren Moden ist und die es ermöglicht, den Hochenergiebereich der Anregungsspektren mit größerer Genauigkeit zu messen. Seit etwa 3 Jahren sind nun Daten für die Reaktion $A(^3\text{He}, t)B$ verfügbar, die am Laboratoire National Saturne gemessen wurden⁴⁶⁻⁴⁸⁾. Die Analyse dieser Spektren ergibt eine zur (p,n)-Streuung ähnliche Selektivität auf direkte Spin-Isospin-Umklappreaktionen.

Mit Hilfe dieses Computer-Codes werden wir dann die $^{90}\text{Zr}(^3\text{He},t)$ -Spektren bei einer Einschußenergie von 600 MeV, d.h. 200 MeV pro Nukleon, analysieren und mit den $^{90}\text{Zr}(p,n)$ -Spektren bei einer Einschußenergie von 200 MeV vergleichen.

Ober den Reaktionsmechanismus der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion ist jedoch wenig bekannt. Aus der Analyse der (p,n) -Streuung weiß man, daß die Anregung bestimmter Zustände in der (p,n) -Reaktion sehr sensitiv auf Zentral- und Tensorkräfte ist. Wegen der endlichen Ausdehnung des Projektils können wir jedoch diese Eigenschaft nicht einfach auf die $(^3\text{He},t)$ -Reaktion übertragen. Durch die Faltung der Projektilnukleon-Targetnukleon-Wechselwirkung (PTWW) mit der Projektilübergangsdichte erhalten wir nämlich eine andere effektive PTWW als in der (p,n) -Reaktion. Wir werden deshalb zunächst die Abhängigkeit der $(^3\text{He},t)$ -Streuquerschnitte zu bestimmten Zuständen von der Zentral- und Tensorkraft studieren.

Da die exakte Behandlung des Austauschprozesses wegen der Nichtlokalität sehr aufwendig ist, versucht man im allgemeinen, den Rechenaufwand durch Näherungen zu reduzieren. So wird z.B. in der No-Recoil-Näherung²⁾ ein durch den Austausch von Projektil- und Targetnukleonen bedingter zusätzlicher Impulsübertrag vernachlässigt. Dadurch kann man einen Teil der Nichtlokalität reduzieren und die Rechnungen erheblich vereinfachen.

In einem weiteren Schritt werden wir deshalb die No-Recoil-Näherung der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion untersuchen. Wir werden für die $(^3\text{He},t)$ -Streuquerschnitte zu bestimmten Zuständen die No-Recoil-Näherung mit der exakten Rechnung ("exact finite range") vergleichen.

Nach diesen Studien zum Reaktionsmechanismus werden wir dann bis zu einer Anregungsenergie $E_x = 40$ MeV die $^{90}\text{Zr}(^3\text{He},t)$ -Spektren bei einer Einschußener-

I. Formale Streutheorie

1.1 Der effektive Hamiltonoperator und die Gleichungen der gekoppelten Reaktionskanäle

Die Streuung eines Projektils a von einem Targetkern A wird durch die Schrödingergleichung

$$(E-H)\psi^{(+)}(E) = 0 \quad (1.1)$$

beschrieben. H bezeichnet den Hamiltonoperator des Gesamtsystems und $\psi^{(+)}(E)$ die den gegebenen Randbedingungen unterworfenen exakten antisymmetrischen Streulösung. Der Hamiltonoperator H läßt sich zerlegen in

$$H = H_a + H_A + T_{aA} + V_{aA} \quad (1.2)$$

wobei H_a und H_A die internen Hamiltonoperatoren des Projektilsystems a bzw. des Targetsystems A sind. T_{aA} ist die relative kinetische Energie und V_{aA} das Wechselwirkungspotential zwischen Projektil und Target. Wir nehmen an, daß V_{aA} als Summe von Zwei-Nukleon-Wechselwirkungen zwischen Projektil- und Targetnukleonen geschrieben werden kann:

$$V_{aA} = \sum_{\substack{i \in A \\ j \in a}} V(i,j) \quad (1.3)$$

Nun entwickeln wir die totale Streulösung $\psi^{(+)}$ des $(a+A)$ -Streusystems nach dem vollständigen Energieeigenfunktionensystem der getrennten Fragmente

chung (1.1) ein, so erhalten wir durch linksseitige Multiplikation mit der inneren Wellenfunktion ψ_β und gleichzeitige Integration über die internen Koordinaten von ψ_β ein gekoppeltes Differentialgleichungssystem für die Relativwellenfunktionen χ_β :

$$(\psi_\beta | H - E | \psi_\beta \chi_\beta) = - \sum_{\alpha \neq \beta} (\psi_\beta | H - E | \psi_\alpha \chi_\alpha) \quad (1.7)$$

Setzen wir die Zerlegung des Hamiltonoperators (1.2) in dieses Gleichungssystem ein, so erhalten wir unter Beachtung der Orthonormalitätsrelation (1.6) das Differentialgleichungssystem:

$$[T_{aA} + (\psi_\beta | V_{aA} | \psi_\beta) + \epsilon_\beta - E] \chi_\beta(\vec{R}) = - \sum_{\alpha \neq \beta} (\psi_\beta | V_{aA} | \psi_\alpha) \chi_\alpha(\vec{R}) \quad (1.8)$$

Dies sind die Gleichungen für die gekoppelten Reaktionskanäle ("coupled channel equations")⁵⁰⁻⁵².

Da (1.4) die Entwicklung nach einem vollständigen Funktionensystem darstellt, ist (1.8) völlig äquivalent zur Schrödingergleichung (1.1).

Das Streuproblem (1.8) kann im allgemeinen nicht im gesamten Hilbertraum vollständig gelöst werden. Man muß deshalb zu einem dem Problem angepaßten Unterraum des Hilbertraumes übergehen, den sog. Modellraum. Innerhalb dieses Modellraumes läßt sich dann ein effektiver Hamiltonoperator konstruieren, der im Prinzip das Problem noch exakt beschreibt. Die Transformation von (1.8) auf den Modellraum läßt sich am einfachsten mit dem Projektionsformalismus von Feshbach⁵⁴) durchführen.

Sei P nun der Projektionsoperator auf den Modellraum und Q der Projektionsoperator auf den zu P komplementären Teilraum des Hilbertraumes. P und Q haben

$$\psi_Q^{(+)} = \frac{1}{E - H_{QQ} + i\epsilon} H_{QP} \psi_P^{(+)}$$

und erhalten durch Einsetzen von $\psi_Q^{(+)}$ in (1.12a) eine Schrödingergleichung für die Modellraumwellenfunktion $\psi_P^{(+)}$

$$(H_{PP} + H_{PQ} \frac{1}{E - H_{QQ} + i\epsilon} H_{QP}) \psi_P^{(+)} = E \psi_P^{(+)} \quad (1.13)$$

Diese Gleichung definiert einen effektiven Hamiltonoperator H_{eff}

$$H_{\text{eff}} = H_{PP} + H_{PQ} \frac{1}{E - H_{QQ} + i\epsilon} H_{QP} \quad (1.14)$$

H_{PP} beschreibt die Projektion von H auf den Modellraum P , der zweite Term ist die Ankopplung von P an den komplementären Raum Q . H_{QP} führt das System vom P -Raum in den Q -Raum. Dort propagiert das System mit dem Propagator $(E - H_{QQ} + i\epsilon)^{-1}$ und H_{PQ} führt das System wieder zurück in den P -Raum.

Die Ankopplung von P an Q ist im allgemeinen energieabhängig, nichtlokal und komplex. Der Imaginärteil des effektiven Hamiltonoperators (1.14) beschreibt den Fluß von P in Q , somit also eine Absorption.

Wir spezifizieren nun den P -Raum derart, daß er nur den elastischen Kanal (ψ_0) und einen bestimmten inelastischen Kanal (ψ_1) enthält. Der Projektionsoperator P schreibt sich dann als

$$P = |\psi_0\rangle\langle\psi_0| + |\psi_1\rangle\langle\psi_1| \quad (1.15)$$

Analog zu (1.8) erhält man aus (1.13) dann das Differentialgleichungssystem

meter im Kanal 1. Die z-Achse des Koordinatensystems wird in Richtung des Eingangsimpulses gewählt. Die Übergangsamplitude $f_{1,0}$ ist proportional zur T-Matrix

$$T_{10} = - \frac{2\pi\hbar^2}{\mu_1} f_{1,0}(r_1) \quad (1.19)$$

Der differentielle Wirkungsquerschnitt ist dann durch das Betragsquadrat der T-Matrix gegeben:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_1 \mu_0}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_1}{k_0} |T_{10}|^2 \quad (1.20)$$

1.2 Die effektive Projektilnukleon-Targetnukleon-Wechselwirkung

Da wir die effektive Wechselwirkung

$$V_{\text{eff}} = V_{aA} + V_{aA} Q(E - H_{QQ} + i\epsilon)^{-1} Q V_{aA} \quad (1.21)$$

in (1.16) nicht exakt berechnen können, ist die exakte Lösung des gekoppelten Gleichungssystems (1.16) nicht möglich. Um V_{eff} zu approximieren, entwickeln wir den Propagator in (1.21) und erhalten

$$\begin{aligned} & (E - Q(H_0 + V_{aA})Q + i\epsilon)^{-1} \\ &= \frac{Q}{E - H_0 + i\epsilon} + \frac{Q}{E - H_0 + i\epsilon} V_{aA} \frac{Q}{E - H_0 + i\epsilon} + \frac{Q}{E - H_0 + i\epsilon} V_{aA} \frac{Q}{E - H_0 + i\epsilon} V_{aA} \frac{Q}{E - H_0 + i\epsilon} \\ &+ \dots \end{aligned} \quad (1.22)$$

nerschen t-Matrix liegt darin, daß sie die unendlich repulsiven ("hard core") Anteile einer realistischen Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung nicht mehr enthält und daher für störungstheoretische Zwecke verwendet werden kann. Die t-Matrix erhält man durch Lösen der LS-Gleichung

$$t(i,j) = V(i,j) + V(i,j) \frac{Q}{E - H_0 + i\epsilon} t(i,j) \quad (1.26)$$

Da der freie Hamiltonoperator H_0 die Hamiltonoperatoren für das Projektil und das Target enthält, wechselwirken die Nukleonen i und j in (1.26) mit den übrigen $(a-1)$ Projektil- und $(A-1)$ Targetnukleonen. Für Einschußenergien $E > 100$ MeV ist es zweckmäßig, die Impuls-Näherung einzuführen. Diese Näherung ersetzt bei hohen Einschußenergien die t-Matrix $t(i,j)$ durch die freie Nukleon-Nukleon-t-Matrix, d.h. sie ignoriert, daß sich das Targetnukleon i und das Projektilnukleon j während ihrer Wechselwirkung im Medium, d.h. im Kern, befinden.

Um diese Näherung durchzuführen, ersetzen wir in (1.26) den Projektionsoperator Q durch den Einheitsoperator I und die in H_0 enthaltenen Hamiltonoperatoren H_A und H_a für das Projektil bzw. Target durch die kinetischen Energien T_i und T_j des Target- bzw. Projektilnukleons. Wir erhalten damit eine Lippmann-Schwinger-Gleichung für die freie NN-t-Matrix

$$t_F(i,j) = V(i,j) + V(i,j) \frac{1}{E - T_i - T_j + i\epsilon} t_F(i,j) \quad (1.27)$$

Die Güte der Impuls-Näherung hängt von der Einschußenergie und damit vom Eingangsimpuls des Projektils ab. Dies kann man sich am besten im Impulsraum veranschaulichen.

II. Die antisymmetrisierte DWBA-Übergangs-Amplitude

2.1 Definition der direkten T-Matrix und der Austausch-T-Matrix

Wir machen nun die Annahme einer "idealen" direkten Reaktion, d.h. daß die Reaktion nach einem direkten Einstufenprozeß abläuft. In diesem Fall reduziert sich das Gleichungssystem (1.16) auf folgende zwei Gleichungen:

$$\{T_0 + U_0 + \epsilon_0 - E\} x_0^{(+)} = 0 \quad (2.1)$$

und

$$\{T_1 + U_1 + \epsilon_1 - E\} x_1^{(+)} = -(\psi_1 | \sum_{\substack{i \in A \\ j \in a}} V(i,j) | \psi_0) x_0^{(+)} \quad (2.2)$$

wobei $x_0^{(+)}$ und $x_1^{(+)}$ die "distorted waves" im Eingangs- und Ausgangskanal sind. Der Inhomogenitätsterm auf der rechten Seite von (2.2) beschreibt die Kopplung vom Eingangs- zum Ausgangskanal. Die Gl. (2.1) und (2.2) beinhalten die sog. DWBA-Näherung⁵⁵⁻⁵⁶⁾ in der Quelltermformulierung. Die optischen Potentiale U_0 und U_1 werden in der Praxis meist durch phänomenologische Woods-Saxon-Potentiale approximiert, die an die elastische Streuung angepaßt werden.

Lösen wir Gl. (2.2) nach $x_1^{(+)}$ auf, so erhalten wir die Operatorgleichung

$$x_1^{(+)} = -G_1^+ (\psi_1 | \sum_{\substack{i \in A \\ j \in a}} V(i,j) | \psi_0) x_0^+ \quad (2.3)$$

wobei

$$G_1^+ = \{T_1 + U_1 + \epsilon_1 - E\}^{-1}$$

$$V(x_1', x_2', x_1, x_2) = V^D(x_1', x_2', x_1, x_2) + V^E(x_1', x_2', x_1, x_2) \quad (2.8)$$

Die direkte Wechselwirkung V^D ist lokal und durch

$$V^D(x_1', x_2', x_1, x_2) = V(\vec{\rho}) \delta(x_1' - x_1) \delta(x_2' - x_2) \quad (2.9.1)$$

definiert, während die nichtlokale Austausch-WW V^E durch

$$V^E(x_1', x_2', x_1, x_2) = -V(\vec{\rho}) \delta(x_1' - x_2) \delta(x_2' - x_1) \quad (2.9.2)$$

gegeben ist. Die δ -Funktionen in (2.9.1) bedingen die Lokalität der direkten WW, die δ -Funktionen in (2.9.2) beschreiben den Austausch von Projektil- und Targetnukleonen.

Setzen wir (2.8) und (2.9.1-2) in (2.7) ein, so reduziert sich die 4-dimensionale Integration wegen der δ -Funktionen auf eine 2-dimensionale und es folgt

$$\begin{aligned} V_{\text{int}} = & \int dx_1 dx_2 \hat{\psi}_p^+(x_2) \hat{\psi}_T^+(x_1) V(\vec{\rho}) \hat{\psi}_T(x_1) \hat{\psi}_p(x_2) \\ & - \int dx_1 dx_2 \hat{\psi}_p^+(x_2) \hat{\psi}_T^+(x_1) V(\vec{\rho}) \hat{\psi}_T(x_2) \hat{\psi}_p(x_1) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Mit den Definitionen der Dichteoperatoren

$$\hat{d}(x_2, x_1) = \hat{\psi}_p^+(x_2) \hat{\psi}_p(x_1) \quad (2.11.1)$$

und

$$\hat{p}(x_1, x_2) = \hat{\psi}_T^+(x_1) \hat{\psi}_T(x_2) \quad (2.11.2)$$

erhalten wir:

$$\begin{aligned}
 V_{\text{int}} = & \int dx_1 dx_2 V(\vec{p}) \hat{d}(x_2, x_2) \hat{p}(x_1, x_1) \\
 & - \int dx_1 dx_2 V(\vec{p}) \hat{d}(x_2, x_1) \hat{p}(x_1, x_2)
 \end{aligned}
 \tag{2.12}$$

Wir haben jetzt die Wechselwirkung so geschrieben, daß sie explizit den direkten Prozeß und den Austausch-Prozeß beinhaltet.

Beachten wir nun noch, daß sich durch den Austausch auch der Schwerpunkt des Projektils und damit die Koordinate der "verzernten Wellen" ("distorted waves") ändert, so erhalten wir durch Einsetzen von (2.12) in (2.6) und mit

$$|\psi_0\rangle = |Aa\rangle$$

bzw.

$$|\psi_1\rangle = |Bb\rangle$$

neben der direkten DWBA-Übergangs-T-Matrix

$$\begin{aligned}
 T_{BA}^D = & \int d^3\vec{r}_b dx_1 dx_2 x_b^{(-)*}(\vec{k}_b, \vec{r}_b) \langle bB | V(\vec{p}) \hat{d}(x_2, x_2) \hat{p}(x_1, x_2) | Aa \rangle \\
 & \times x_a^{(+)}(\vec{k}_a, \vec{r}_b)
 \end{aligned}
 \tag{2.13}$$

auch die Austausch-DWBA-Übergangs-T-Matrix

$$\begin{aligned}
 T_{BA}^E = & \int d^3\vec{r}_a d^3\vec{r}_b dx_1 dx_2 x_b^{(-)*}(\vec{k}_b, \vec{r}_b) \langle bB | -V(\vec{p}) \hat{d}(x_2, x_1) \hat{p}(x_1, x_2) | Aa \rangle \\
 & \times x_a^{(+)}(\vec{k}_a, \vec{r}_a)
 \end{aligned}
 \tag{2.14}$$

Für die volle T-Matrix folgt

$$T_{BA} = T_{BA}^D + T_{BA}^E \quad (2.15)$$

Der Notation Tamuras

$$|Aa\rangle = |J_A M_A s_a m_a\rangle$$

bzw.

$$|Bb\rangle = |J_B M_B s_b m_b\rangle$$

folgend, entwickeln wir nun das volle Übergangsmatrixelement $I = \langle Bb | V_{int} | Aa \rangle$ nach den in der Reaktion $A(a,b)B$ übertragenen Quantenzahlen L, S, J und erhalten

$$\begin{aligned} I(\vec{r}_a, \vec{r}_b) &= \iint dx_1 dx_2 \langle Bb | V(\rho) \hat{d}(x_2, x_2) \hat{p}(x_1, x_1) \\ &\quad - V(\rho) \hat{d}(x_2, x_1) \hat{p}(x_1, x_2) | Aa \rangle \\ &= \sum_{LSJ} (-)^{I_A - M_A} \langle I_A M_A I_B -M_B | J -M_J \rangle (-)^{s_a - m_a} \langle s_a m_a s_b -m_b | S -m_S \rangle \\ &\quad \langle J M_J S m_S | L M_L \rangle \{ F_{LSJ}^D(r_b) Y_{LM_L}(\hat{r}_b) \\ &\quad + \sum_{\ell_b, \ell_a} F_{LSJ}^{E, \ell_b \ell_a}(r_b, r_a) [Y_{\ell_a}(\hat{r}_a) \otimes Y_{\ell_b}(\hat{r}_b)]_{LM_L} \} \end{aligned} \quad (2.16)$$

wobei

$$\vec{J} = \vec{J}_B - \vec{J}_A \quad (2.17.1)$$

bzw.

$$\vec{\zeta} = \vec{\zeta}_b - \vec{\zeta}_a \quad (2.17.2)$$

die Gesamtdrehimpulsüberträge auf das Target bzw. Projektil sind und

$$\vec{\zeta} = \vec{\zeta} - \vec{\zeta} \quad (2.17.3)$$

der aus der Relativbewegung von Projektil und Target herrührende Bahndrehimpulsübertrag ist.

Wie man die Formfaktoren F_{SJ}^D und F_{SJ}^E in (2.16) herleitet, wollen wir im folgenden zeigen.

2.2 Der direkte Formfaktor und der Austausch-Formfaktor bei der Streuung zusammengesetzter Projektile

Dazu führen wir die in Abb. 2 dargestellten Koordinaten ein. Wir nehmen an, daß das Target relativ zum Projektil unendlich schwer ist ($m_A \gg m_a$), so daß der Koordinatenursprung mit dem Targetschwerpunkt identisch ist. \vec{r}_a bzw. \vec{r}_b sind die Relativkoordinaten von Projektil- und Targetschwerpunkt im Eingangs- bzw. Ausgangskanal und \vec{r}_c bezeichnet die Schwerpunktskoordinate des Projektil-Cores. \vec{r}_1 ist die vom Targetschwerpunkt aus gemessene Targetnukleonkoordinate und \vec{r}_2 die auf den Projektilschwerpunkt bezogene Projektilnukleonkoordinate. Die Relativkoordinate der miteinander wechselwirkenden Projektil- und Targetnukleonen bezeichnen wir mit \vec{p} . Nach dem Austauschprozeß ist das Targetnukleon am Ort \vec{r}_1' und das Projektilnukleon am Ort \vec{r}_2' .

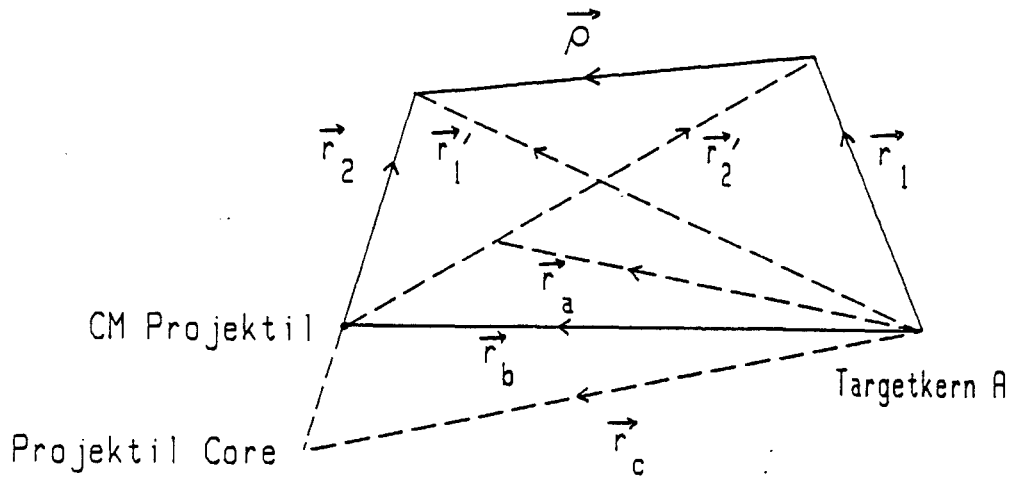


Abb. 2

Zunächst entwickeln wir nun die in (2.7) eingeführten Feldoperatoren für das Target- bzw. Projektilsystem nach vollständigen Eigenfunktionensystemen der Hamiltonoperatoren H_A und H_a . Mit den Erzeugungs- und Vernichtungsoperatoren a^+ und a (bzw. c^+ und c) folgt für die Target-Feldoperatoren

$$\hat{\psi}_T^+(\vec{r}_1) = \sum_p a_{m_p v_p}^+ \phi_{j_p m_p}(\vec{r}_1) n_{1 v_p} \quad (2.18.1)$$

und

$$\hat{\psi}_T(\vec{r}_1') = \sum_h a_{m_h v_h} \phi_{j_h m_h}^+(\vec{r}_1') n_{2 v_h} \quad (2.18.2)$$

wobei $\phi_{jm}(\vec{r}_1)$ die Nukleonwellenfunktion $|jm\rangle$ am Ort \vec{r}_1 ist und $n_{1 v_p}$ den Isospinzustand $|\frac{1}{2} v_p\rangle$ des Nukleons 1 bezeichnet. Wir verwenden in unseren Rechnungen die Zeitumkehrkonvention, in der $a_{m_h v_h}$ und $\phi_{j_h m_h}^+$ bzw. $n_{2 v_h}$ durch

$$a_{m_h v_h} = (-)^{j_h + m_h + \frac{1}{2} + v_h} a_{-m_h -v_h} \quad (2.19.1)$$

und

$$\phi_{j_h \widetilde{m}_h} = (-)^{j_h + m_h} \phi_{j_h -m_h} \quad (2.19.2)$$

bzw.

$$\eta_{2\nu_h} = (-)^{\frac{1}{2} + \nu_h} \eta_{2-\nu_h} \quad (2.19.3)$$

definiert sind. Setzen wir nun (2.18.1-2) in (2.11.2) ein, so erhalten wir für den Targetdichteoperator

$$\hat{\rho}(\vec{r}_1, \vec{r}'_1) = \hat{\psi}_T^+(\vec{r}_1) \hat{\psi}_T(\vec{r}'_1) = \sum_{p,h} a_{m_p \nu_p}^+ a_{\widetilde{m}_h \nu_h} \phi_{j_p m_p}(\vec{r}_1) \phi_{j_h \widetilde{m}_h}^+(\vec{r}'_1) \eta_{1\nu_p} \eta_{2\nu_h}^+ \quad (2.20)$$

Koppeln wir Teilchen und Löcher nun zu gutem Drehimpuls und Isospin, so folgt für den Dichteoperator

$$\begin{aligned} \hat{\rho}(\vec{r}_1, \vec{r}'_1) &= \sum_{p,h,J,M_J,TM_T} \langle \frac{1}{2} \nu_p \frac{1}{2} \nu_h | TM_T \rangle \langle j_p m_p j_h \widetilde{m}_h | JM_J \rangle \\ &\times [\phi_{j_p}(\vec{r}_1) \otimes \phi_{j_h}^+(\vec{r}'_1)]_{JM_J} [\eta_1 \otimes \eta_2^+]_{TM_T} [a_{p\nu_p}^+ \otimes a_{h\nu_h}]_{JM_J} \end{aligned} \quad (2.21)$$

Definieren wir

$$A_{p\widetilde{h}JM_J\nu_p\widetilde{\nu}_h}^+ = \sum_{m_p m_h} \langle j_p m_p j_h \widetilde{m}_h | JM_J \rangle [a_{p\nu_p}^+ \otimes a_{h\nu_h}]_{JM_J}$$

und zerlegen wir, wie in Anhang 2 angegeben, die Nukleonwellenfunktion ϕ_j in ihren Bahndrehimpuls (ϕ_ℓ)- und Spin(ξ)-Anteil, so folgt mit dem Wigner-Eckart-Theorem für die Targetübergangsdichte

$$\rho(\vec{r}_1, \vec{r}'_1) = \langle B | \rho(\vec{r}_1, \vec{r}'_1) | A \rangle = \sum_{\lambda SJT} \hat{I}_B^{-1} \langle I_A M_A J M_J | I_B M_B \rangle \quad (2.22.1)$$

$$\times \langle \lambda M_\lambda S M_S | J M_J \rangle [\eta_1 \otimes \eta_2^+]_{TM_T} [\xi_1 \otimes \xi_2^+]_{SM_S} \rho_{\lambda M_\lambda}^{SJTMT}(\vec{r}_1, \vec{r}'_1)$$

Dabei ist die nichtlokale Übergangsdichte $\rho_{\lambda M_\lambda}^{SJTMT}$

$$\begin{aligned} \rho_{\lambda M_\lambda}^{SJTMT}(\vec{r}_1, \vec{r}'_1) = & \sum_{p, h, v_p, v_h} \langle \frac{1}{2} v_p \frac{1}{2} v_h | TM_T \rangle X(\ell_p \frac{1}{2} j_p, \ell_h \frac{1}{2} j_h, \lambda SJ) \\ & \times A_{p\tilde{h}J, v_p \tilde{v}_h} R_{\ell_p}(r_1) R_{\ell_h}(r'_1) [i^{\ell_p} Y_{\ell_p}(\hat{r}_1) \otimes i^{-\ell_h} Y_{\ell_h}(\hat{r}'_1)]_{\lambda M_\lambda} \end{aligned} \quad (2.22.2)$$

Ersetzen wir $\rho(\vec{r}_1, \vec{r}'_1)$ durch $\rho(\vec{r}_1, \vec{r}_1)$, so erhalten wir sofort auch die lokale Übergangsdichte

$$\rho(\vec{r}_1) = \langle B | \rho(\vec{r}_1, \vec{r}_1) | A \rangle = \sum_{\lambda SJT} \hat{I}_B^{-1} \langle I_A M_A J M_J | I_B M_B \rangle \quad (2.22.3)$$

$$\times \langle \lambda M_\lambda S M_S | J M_J \rangle [\eta_1 \otimes \eta_1^+]_{TM_T} [\xi_1 \otimes \xi_1^+]_{SM_S} (\sqrt{4\pi})^{-1} \rho_{\lambda M_\lambda}^{SJTMT}(r_1) Y_{\lambda M_\lambda}(\hat{r}_1)$$

wobei die radiale Übergangsdichte $\rho_{\lambda M_\lambda}^{SJTMT}(r_1)$ durch

$$\begin{aligned} \rho_{\lambda M_\lambda}^{SJTMT}(r_1) = & \sum_{p, h, v_p, v_h} \langle \frac{1}{2} v_p \frac{1}{2} v_h | TM_T \rangle X(\ell_p \frac{1}{2} j_p, \ell_h \frac{1}{2} j_h, \lambda SJ) \\ & A_{p\tilde{h}J, v_p \tilde{v}_h} i^{\ell_p - \ell_h} \hat{\ell}_p^{-1} \hat{\ell}_h \langle \ell_p 0 \ell_h 0 | \lambda 0 \rangle R_{\ell_p}(r_1) R_{\ell_h}(r_1) \end{aligned} \quad (2.22.4)$$

gegeben ist. Zur Berechnung der Projektilübergangsdichte verfahren wir analog, wobei wir allerdings eine "s-Wellen"-Näherung für das Projektilnukleon machen, d.h. wir nehmen an, daß für den internen Bahndrehimpuls des Projektils vor und nach dem Streuprozess $\ell=0$ gilt.

Wie in Anhang 1.b hergeleitet, ergibt sich in der ℓ -s-Kopplung

$$d(\vec{r}_2, \vec{r}'_2) = d_0(\vec{r}_2, \vec{r}'_2) \sum_s \langle s_a m_a s m_s | s_b m_b \rangle \quad (2.23.1)$$

$$\times \hat{s}_b^{-1} \langle b \| A_{stm_t}^+ \| a \rangle [\xi_2 \otimes \xi_1^+]_{sm_s} [\eta_2 \otimes \eta_1^+]_{tm_t}$$

wobei $\langle b \| A_{stm_t}^+ \| a \rangle$ das reduzierte Matrixelement der gekoppelten Spinerzeugungs- und -vernichtungsoperatoren ist und die Projektilübergangsdichte

$$d_0(\vec{r}_2, \vec{r}'_2) = \sum_{\ell_2} \langle b \| A_{\ell_2 \ell_2 0}^+ \| a \rangle w_{\ell_2}(r_2) w_{\ell_2}(r'_2) [i^{\ell_2} Y_{\ell_2}(\hat{r}_2) \otimes i^{-\ell_2} Y_{\ell_2}(\hat{r}'_2)]_{00} \quad (2.23.2)$$

die Summe über einen vollständigen Satz von Ortsraumquantenzahlen ℓ_2 ist.

Um die direkte Projektilübergangsdichte zu bekommen, ersetzen wir $d(\vec{r}_2, \vec{r}'_2)$ durch $d(\vec{r}_2, \vec{r}_2)$ und erhalten

$$d(\vec{r}_2) = \sum_{s_a, s_b} \langle s_a m_a s m_s | s_b m_b \rangle \hat{s}_b^{-1} \langle b \| A_{stm_t}^+ \| a \rangle \quad (2.24.1)$$

$$[\xi_2 \otimes \xi_2^+]_{sm_s} [\eta_2 \otimes \eta_2^+]_{tm_t} d_0(\vec{r}_2)$$

Dabei ist die Projektilübergangsdichte durch

$$d_0(\vec{r}_2) = \sum_{\ell_2} \langle b \| A_{\ell_2 \ell_2 0}^+ \| a \rangle w_{\ell_2}^2(r_2) \sqrt{4\pi}^{-1} \hat{\ell}_2^2 Y_0(\hat{r}_2) \quad (2.24.2)$$

definiert. Mit den Gl. (2.22.1-2) und (2.23.1-2) erhalten wir für das Matrixelement ID in (2.16)

$$\begin{aligned}
 I^D = & \sum_{\lambda S J_S} \hat{I}_B^{-1} \langle I_{A A}^{M_A J M_J} | I_{B B}^{M_B} \rangle \langle \lambda M_\lambda S M_S | J M_J \rangle \hat{s}_b^{-1} \\
 & \langle s_a m_a s m_s | s_b m_b \rangle \langle b \| A_{s t m_t}^+ \| a \rangle \sqrt{4\pi}^{-1} \\
 & \times [\xi_2 \otimes \xi_{\tilde{2}}^+]_{s m_s} [\eta_2 \otimes \eta_{\tilde{2}}^+]_{t m_t} [\xi_1 \otimes \xi_{\tilde{1}}^+]_{S M_S} [\eta_1 \otimes \eta_{\tilde{1}}^+]_{T M_T} \\
 & \times V_D(\vec{p}) d_0(\vec{r}_2) \rho_{\lambda M_\lambda}^{S J T M_T} Y_{\lambda M_\lambda}(\hat{r}_1)
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

und analog für das Austausch-Matrixelement I^E

$$\begin{aligned}
 I^E = & \sum_{\lambda S J_S} \hat{I}_B^{-1} \langle I_{A A}^{M_A J M_J} | I_{B B}^{M_B} \rangle \langle \lambda M_\lambda S M_S | J M_J \rangle \hat{s}_b^{-1} \\
 & \langle s_a m_a s m_s | s_b m_b \rangle \langle b \| A_{s t m_t}^+ \| a \rangle \\
 & \times [\xi_2 \otimes \xi_{\tilde{1}}^+]_{s m_s} [\eta_2 \otimes \eta_{\tilde{1}}^+]_{t m_t} [\xi_1 \otimes \xi_{\tilde{2}}^+]_{S M_S} [\eta_1 \otimes \eta_{\tilde{2}}^+]_{T M_T} \\
 & \times V_E(\vec{p}) d_0(\vec{r}_2, \vec{r}_2') \rho_{\lambda M_\lambda}^{S J T M_T}(\vec{r}_1, \vec{r}_1')
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

wobei die spitzen Klammern das Spin-Isospin-Ortsraum-Matrixelement bedeuten.

Um das Spin-Isospin-Matrixelement der Wechselwirkung $V(\vec{p})$ zu berechnen, müssen wir die Spin-Isospin-Spinoren von der Teilchen-Loch-Basis in eine Teilchen-Teilchen- bzw. Loch-Loch-Basis umkoppeln und die Spin-Isospin-Darstellung (even-odd-Darstellung) der Wechselwirkung wählen (s. Kap. 3.1).

Wenn wir annehmen, daß nur Zentral- und Tensorkräfte beitragen, so können wir die Wechselwirkung schreiben als

$$V_{D,E}(\vec{p}) = \sqrt{4\pi} V_{D,E}^0(\rho) Y_{00}(\hat{p}) + V_{D,E}^2(\vec{p}) \cdot \hat{S}_{12} \quad (2.27)$$

wobei S_{12} der Tensoroperator

$$\hat{S}_{12} = 3(\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{p})(\vec{\sigma}_2 \cdot \vec{p}) - \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \quad (2.28)$$

ist. Wie in Anhang 2 hergeleitet, ergibt sich damit für das Spin-Isospin-Matrixelement im direkten Formfaktor

$$\begin{aligned} & \langle [\varepsilon_2 \otimes \varepsilon_2^+]_{sm_s} [\eta_2 \otimes \eta_2^+]_{tm_t} [\varepsilon_1 \otimes \varepsilon_1^+]_{SM_S} [\eta_1 \otimes \eta_1^+]_{TM_T} V_D(\vec{p}) \rangle \\ &= \delta_{Tt} \delta_{sS} \sum_{k=0,2} \langle SM_S sm_s | k-q \rangle \hat{k}^{-1} (-)^q Y_{kq}^*(\hat{p}) \\ & \quad \times \langle TM_T tm_t | 00 \rangle v_D^{TSk}(\rho) \end{aligned} \quad (2.29.1)$$

wobei v_D^{TSk} durch

$$\begin{aligned} v_D^{TSk}(\rho) &= \sum_{s_1 t_1} \hat{s}_1 \hat{t}_2 X\left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} s_1, \frac{1}{2} \frac{1}{2} s_1, SSk\right) X\left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} t_1, \frac{1}{2} \frac{1}{2} t_1, TT0\right) \\ & \quad \times v_D^{t_1 s_1 k}(\rho) \end{aligned} \quad (2.29.2)$$

definiert ist. Dabei bezeichnen X die entsprechenden 9j-Symbole.

Die Wechselwirkungskoeffizienten $v_D^{t_1 s_1 k}(\rho)$ sind im Anhang 2 explizit angegeben.

Das Spin-Isospin-Austausch-Matrixelement unterscheidet sich in der even-odd-Darstellung der Wechselwirkung von dem direkten Matrixelement nur durch eine zusätzliche Phase in der Wechselwirkung (2.29.2.). Wir erhalten

$$\begin{aligned}
 & \langle [\xi_2 \otimes \xi_1^+]_{sm_s} [\eta_2 \otimes \eta_1^+]_{tm_t} [\xi_1 \otimes \xi_2^-]_{TM_T} [\eta_1 \otimes \eta_2^+]_{SM_S} v_E(\vec{p}) \rangle \\
 &= \delta_{Tt} \delta_{sS} \sum_{k=0,2} \langle SM_S sm_S | k-q \rangle k^{-1} (-)^q \gamma_{kq}^*(\hat{p}) \\
 & \times \langle TM_T tm_t | 00 \rangle v_E^{TSk}(\rho)
 \end{aligned} \tag{2.30.1}$$

mit

$$\begin{aligned}
 v_E^{TSk}(\rho) &= \sum_{s_1 t_1} \hat{s}_1 \hat{t}_1 (-)^{1+s_1+t_1} \chi(\frac{1}{2} \frac{1}{2} s_1, \frac{1}{2} \frac{1}{2} s_1, SSk) \chi(\frac{1}{2} \frac{1}{2} t_1, \frac{1}{2} \frac{1}{2} t_1, TT0) \\
 & \times v_E^{t_1 s_1 k}(\rho)
 \end{aligned} \tag{2.30.2}$$

Setzen wir nun (2.29.1) und (2.30.1) in (2.26) bzw. (2.25) ein und koppeln wir die Targetübergangsdichte mit der Wechselwirkung, so erhalten wir für das direkte Matrixelement I^D

$$\begin{aligned}
 I^D &= \sum_{L\lambda SJTK} \hat{I}_B^{-1} \langle I_A^M A J M_J | I_B^M B \rangle \langle J M_J S M_S | L M_L \rangle \hat{s}_b^{-1} \sqrt{4\pi}^{-1} \\
 & \langle s_a m_a S M_S | s_b m_b \rangle \langle b \| A_{STm_t}^+ \| a \rangle \hat{S}^{-1} \hat{T}^{-1} W(SLS\lambda; Jk) I_{L\lambda SJTK}^D
 \end{aligned} \tag{2.31.1}$$

wobei $I_{L\lambda SJTK}^D$ die Form

$$I_{L\lambda SJTK}^D(\vec{r}_b) = (d_0(\vec{r}_2, \vec{r}_2) v_D^{TSk}(\rho) \rho_{\lambda M_\lambda}^{SJT M_T}(r_1) [\gamma_k(\hat{p}) \otimes \gamma_\lambda(\hat{r}_1)]_{LM_L}) \tag{2.31.2}$$

hat. Entsprechend ergibt sich für das Austausch-Matrixelement I^E

$$I^E = \sum_{L\lambda SJTk} \hat{I}_B^{-1} \langle I_A M_A J M_J | I_B M_B \rangle \langle J M_J S M_S | L M_L \rangle \hat{S}_b^{-1} \quad (2.32.1)$$

$$\langle s_a m_a S M_S | s_b m_b \rangle \langle b \| A_{STm_t}^+ \| a \rangle \hat{S}^{-1} \hat{T}^{-1} W(SLS\lambda; Jk) I_{L\lambda SJTk}^E(\vec{r}_b, \vec{r}_a)$$

mit

$$I_{L\lambda SJTk}^E(\vec{r}_b, \vec{r}_a) = (d_0(\vec{r}_2, \vec{r}_2') v_E^{TSk}(\rho) [\gamma_k(\hat{\rho}) \otimes \rho_\lambda^{SJTM_T}(\vec{r}_1, \vec{r}_1')]_{LM_L}) \quad (2.32.2)$$

Dabei bezeichnet die runde Klammer in (2.31.1) und (2.32.2) die Integration über die verbleibenden unabhängigen Koordinaten.

Im folgenden wollen wir den direkten Formfaktor $F_{LSJ}^D(\vec{r}_b)$ in (2.16) berechnen. Dazu wählen wir \vec{r}_b , \vec{r}_1 und $\vec{\rho}$ als unabhängige Koordinaten. Um die Integration über \vec{r}_1 und $\vec{\rho}$ ausführen zu können, entwickeln wir, wie in Anhang 3 angegeben, zunächst die \vec{r}_2 -Abhängigkeit der Projektilübergangsdichte in Multipole der Koordinaten \vec{r}_2' und $\vec{\rho}$

$$d_0(\vec{r}_2) = \sum_{\lambda_2} d_{0,\lambda_2}(r_2', \rho) (-)^{\lambda_2} [\gamma_{\lambda_2}(\hat{r}_2') \otimes \gamma_{\lambda_2}(\hat{\rho})]_{00} \quad (2.33.1)$$

mit

$$d_{0,\lambda_2}(r_2', \rho) = 2\pi \sqrt{4\pi} \int d_0(\vec{r}_2) \gamma_{\lambda_2 0}(\hat{\rho}) d\hat{\rho} \quad (2.33.2)$$

In einem nächsten Schritt entwickeln wir die so entstandene \vec{r}_2' -Abhängigkeit in Multipole der Koordinaten \vec{r}_b und \vec{r}_1 und erhalten (s. Anhang 3)

$$d_{0,\lambda_2}(r_2', \rho) \gamma_{\lambda_2 \mu_2}(\hat{r}_2') = \sum_{\ell, \ell_p} \sqrt{4\pi} d_{0,\lambda_2 \ell \ell_p}(r_b r_a, \rho) [\gamma_\ell(\hat{r}_b) \otimes \gamma_{\ell_p}(\hat{r}_1)]_{\lambda_2 \mu_2} \quad (2.34.1)$$

mit

$$d_{0,\lambda_2 \ell \ell'_p}(r_b r_a, \rho) = 2\pi(2\lambda_2+1)^{-1} \sum_m \hat{\ell}(\ell 0 \ell'_p m | \lambda_2 m) \quad (2.34.2)$$

$$\times \int d_{0,\lambda_2}(r'_2 \rho) Y_{\lambda_2 m}(\hat{r}'_2) Y_{\ell'_p m}^*(\hat{r}_1) d\hat{r}_1$$

Das Faltungsintegral in (2.31) ist jetzt nur noch eine Funktion der Koordinaten \vec{r}_b , \vec{r}_1 und $\vec{\rho}$, so daß wir die Integration über \vec{r}_1 und $\vec{\rho}$ ausführen können.

Wie in Anhang 4 ausgeführt, erhalten wir den direkten Formfaktor F_{LSJ}^D , indem wir diese Entwicklungen in (2.31.1-2) einsetzen, über \vec{r}_1 und $\vec{\rho}$ integrieren und dann einen Koeffizientenvergleich mit Gl. (2.16) vornehmen.

$$F_{LSJ}^D(r_b) = \sum_{\lambda T k} \langle b \| A_{STm_t}^+ \| a \rangle \hat{S}^{-1} \hat{T}^{-1} W(SLS\lambda, Jk) \quad (2.35)$$

$$\times (-)^{\lambda} \hat{L}^{-1} \int \rho^2 d\rho v_D^{TSk}(\rho) \int r_1^2 dr_1 \rho_{\lambda M_\lambda}^{\bar{S} J T M_T}(r_1) d_{0,kL\lambda}(r_b r_1, \rho)$$

Um den Austausch-Formfaktor $F_{LSJ}^E(r_b, r_a)$ abzuleiten, wählen wir als unabhängige Koordinaten \vec{r}_b , \vec{r}_a und \vec{r}_1 . Deshalb entwickeln wir zunächst, wie in Anhang 4 hergeleitet, die \vec{r}_1 -Abhängigkeit der Austausch-Targetübergangsdichte in Multipole der Koordinaten \vec{r}_1 und $\vec{\rho}$.

$$R_{\ell_h}(r'_1) Y_{\ell_h m_h}(\hat{r}'_1) = \sum_{\lambda_1, \ell'_h} g_{\ell'_h \ell_h \lambda_1}(r_1, \rho) \sqrt{4\pi} [Y_{\ell'_h}(\hat{r}_1) \otimes Y_{\lambda_1}(\hat{\rho})]_{\ell_h m_h} \quad (2.36.1)$$

wobei der Multipolkoeffizient $g_{\ell'_h \ell_h \lambda_1}(r_1, \rho)$ durch

$$g_{\ell'_h \ell_h \lambda_1}(r_1, \rho) = 2\pi(2\lambda_1+1)^{-1} \sum_m \hat{\ell}_h \langle \ell'_h 0 \lambda_1 m | \ell_h m \rangle \int d\hat{\rho} R_{\ell_h}(r'_1) Y_{\ell_h m_h}(\hat{r}'_1) Y_{\lambda_1 m}^*(\hat{\rho}) \quad (2.36.2)$$

definiert ist.

Setzen wir (2.36.2) in (2.22.2) ein, so ist die Targetübergangsdichte nur noch eine Funktion von \vec{r}_1 und \vec{p} , nämlich

$$S_{\lambda M_\lambda}^{\text{SJTM}_T}(\vec{r}_1, \vec{r}_1') = \sum_{\ell_p', \lambda_1} \tau_{\lambda M_\lambda, \ell_p' \lambda_1}^{\text{SJTM}_T}(r_1, \rho) [\gamma_{\ell_p'}(\hat{r}_1) \otimes \gamma_{\lambda_1}(\hat{p})]_{\lambda M_\lambda} \quad (2.37.1)$$

wobei der Koeffizient die Form

$$\begin{aligned} \tau_{\lambda M_\lambda, \ell_p' \lambda_1}^{\text{SJTM}_T}(r_1, \rho) = & \sum_{p, h, \ell_h'} A_{p \tilde{h} J, v} \tilde{v}_h i^{\ell_p - \ell_h} (-)^{\ell_h} \hat{\ell}_h \hat{\ell}_h' \hat{\ell}_p' \\ & \times (\ell_p' 0 \ell_h' 0 | \ell_p 0) W(\ell_p' \ell_h' \lambda \ell_h; \ell_p \lambda_1) R_{\ell_p}(r_1) g_{\ell_h' \ell_h \lambda_1}(r_1, \rho) \end{aligned} \quad (2.37.2)$$

hat.

Im nächsten Schritt entwickeln wir die \vec{r}_2 -Abhängigkeit in der Projektilübergangsdichte. Die Entwicklung in Multipole der Koordinaten \vec{r}_2' und \vec{p} liefert

$$d_0(\vec{r}_2, \vec{r}_2') = \sum_{\lambda_2} d_{0, \lambda_2}(r_2', \rho) (-)^{\lambda_2} [\gamma_{\lambda_2}(\hat{r}_2') \otimes \gamma_{\lambda_2}(\hat{p})]_{00} \quad (2.38.1)$$

mit

$$d_{0, \lambda_2}(r_2', \rho) = \sum_{\ell_2, \ell_2'} w_{\ell_2'}(r_2') (\ell_2' 0 \lambda_2 0 | \ell_2 0) g_{\ell_2 \lambda_2 \ell_2'}(r_2', \rho) \quad (2.38.2)$$

und

$$\begin{aligned} g_{\ell_2 \lambda_2 \ell_2'}(r_2', \rho) = & 2\pi \cdot \hat{\ell}_2^{-2} \sum_m \hat{\ell}_2' \langle \ell_2' 0 \lambda_2 m | \ell_2 m \rangle \\ & \times \int d\hat{p} w_{\ell_2}(r_2) \gamma_{\lambda_2 m}(\hat{r}_2) \gamma_{\ell_2 m}^*(\hat{p}) \end{aligned} \quad (2.38.3)$$

Wie für die Berechnung des direkten Formfaktors entwickeln wir nun die \vec{r}_2' -Abhängigkeit der Projektilübergangsdichte nach den Koordinaten \vec{r}_1 und \vec{r}_b und erhalten (2.34.1-2) mit $d_{0,\lambda_2}(r_2',\rho)$ aus (2.38.2).

Damit können wir jetzt die Integration über \vec{r}_1 in der Gl. (2.32.2) für $I_{L\lambda S J T k}^E$ sehr einfach ausführen. $I_{L\lambda S J T k}^E$ ist damit nur noch eine Funktion der Koordinaten \vec{r}_b und $\vec{\rho}$.

Entwickeln wir nach Multipolen dieser Koordinaten, so folgt

$$I_{L\lambda S J T k}^E(\vec{r}_b, \vec{\rho}) = \sum_{\ell\beta} G_{L\lambda S J T k}^{E,\ell\beta}(r_b, \rho) [\gamma_\ell(\hat{r}_b) \otimes \gamma_\beta(\hat{\rho})]_{LM_L} \quad (2.39.1)$$

mit

$$\begin{aligned} G_{L\lambda S J T k}^{E,\ell\beta}(r_b, \rho) &= \sum_{\lambda_3} (4\pi)^{-1/2} \hat{\lambda}_3 \hat{k} \hat{\lambda} \langle \lambda_3 0 k 0 | \beta 0 \rangle W(\beta k \ell \lambda; \lambda_3 L) \\ &\times v_E^{\text{TSk}}(\rho) H_{\lambda S J T}^{E,\ell\lambda_3}(r_b, \rho) \end{aligned} \quad (2.39.2)$$

wobei die Funktion $H_{\lambda S J T}^{E,\ell\lambda_3}(r_b, \rho)$ durch

$$\begin{aligned} H_{\lambda S J T}^{E,\ell\lambda_3}(r_b, \rho) &= \sum_{\lambda_1 \lambda_2, \ell'_p} (-)^{\ell \lambda_1 \hat{\lambda}_2} (\lambda_1 0 \lambda_2 0 | \lambda_3 0) W(\lambda_1 \lambda_2 \lambda \ell, \lambda_3 \ell'_p) \\ &\times \int r_1^2 dr_1 \tau_{\lambda M_{\lambda}, \ell'_p \lambda_1}^{\text{SJTMT}}(r_1, \rho) d_{0, \lambda_2 \ell \ell'_p}(r_b r_1, \rho) \end{aligned} \quad (2.39.3)$$

definiert ist.

Um das Matrixelement als Funktion der Relativkoordinaten \vec{r}_a und \vec{r}_b im Eingangs- und Ausgangskanal zu erhalten, benutzen wir die in Anhang 6 abgeleitete Relation

$$\vec{r}_b = \vec{r}_a - m_p^{-1} \vec{p} \quad (2.40)$$

wobei m_p die Masse des Projektils ist. Damit können wir die \vec{p} -Abhängigkeit von I^E in (2.39.1) in Multipole der Koordinaten \vec{r}_b und \vec{r}_a entwickeln. Es gilt

$$I_{L\lambda S J T k}^E(\vec{r}_b, \vec{p}) = \sum_{\ell_b, \ell_a} I_{L\lambda S J T k}^{E, \ell_b \ell_a}(r_b, r_a) [Y_{\ell_b}(\hat{r}_b) \otimes Y_{\ell_a}(\hat{r}_a)]_{LM_L} \quad (2.41.1)$$

wobei der Multipolkoeffizient durch

$$\begin{aligned} I_{L\lambda S J T k}^{E, \ell_b \ell_a}(r_b, r_a) &= \sum_m \hat{\ell}_b (\ell_a m \ell_b 0 | \ell m) \\ &\times \sum_{\ell, \beta} 2\pi \hat{L}^{-2} (\ell 0 \beta m | L m) \int d\hat{r}_a G_{L\lambda S J T k}^{E, \ell \beta}(r_b, \rho) Y_{\beta m}(\hat{p}) Y_{\ell_a m}^*(\hat{r}_a) \end{aligned} \quad (2.41.2)$$

gegeben ist.

Setzen wir (2.41.1-2) in (2.32.1-2) ein, so folgt durch Koeffizientenvergleich

$$F_{LSJ}^{E, \ell_b \ell_a}(r_b, r_a) = \sum_{\lambda T k} \langle b || A_{ST m_t}^+ || a \rangle \hat{S}^{-1} \hat{T}^{-1} W(SLS\lambda, Jk) I_{L\lambda S J T k}^{E, \ell_b \ell_a}(r_b, r_a) \quad (2.42)$$

Wir haben nun die Formfaktoren F^D und F^E in (2.16) bestimmt.

2.3 Die volle DWBA-Übergangs-T-Matrix

In der Berechnung der DWBA-Übergangs-T-Matrix wirkt der Multipoloperator der Ordnung L aus (2.16) auf die "distorted wave" im Eingangskanal. Deshalb entwickeln wir die "distorted waves" nach Partialwellen und erhalten im Eingangskanal

$$x_a^{(+)}(\vec{r}_a) = \frac{\sqrt{4\pi}}{k_a} \sum_{\ell_a} i^{\ell_a} \hat{\ell}_a w_{\ell_a}(r_a) Y_{\ell_a 0}(\hat{r}_a) \quad (2.43.1)$$

und im Ausgangskanal

$$x_b^{(-)}(\vec{r}_b) = \frac{4\pi}{k_b} \sum_{\ell_b} i^{-\ell_b} \hat{\ell}_b w_{\ell_b}(r_b) Y_{\ell_b m_b}^*(\hat{r}_b) Y_{\ell_b m_b}(\hat{k}_b) \quad (2.43.2)$$

wobei wir die z-Achse in Richtung des Eingangsimpulses \vec{k}_a gelegt haben. Dies führt zu einer Partialwellenentwicklung der T-Matrix in (2.15) von der Form

$$\begin{aligned} T_B &\equiv T_{J_A J_B s_a s_b} = T_{J_A J_B s_a s_b}^D + T_{J_A J_B s_a s_b}^E \\ &= \sum_{\ell_b} (a_{J_A J_B s_a s_b}^{D, \ell_b} + a_{J_A J_B s_a s_b}^{E, \ell_b}) Y_{\ell_b}(\hat{k}_b) \end{aligned} \quad (2.44.1)$$

wobei die Koeffizienten für die direkte T-Matrix bzw. Austausch-T-Matrix gegeben sind durch

$$\begin{aligned} a_{J_A J_B s_a s_b}^{D, \ell_b} &= \frac{4\pi}{k_a k_b} \sum_{\ell_a L S J} (-)^{I_A - M_A} \langle I_A M_A I_B -M_B | J -M_J \rangle \\ &\times (-)^{s_a - m_a} \langle s_a m_a s_b -m_b | S -m_S \rangle \langle J M_J S m_S | L M_L \rangle \\ &\times \hat{\ell}_a (\ell_a 0 L M_L | \ell_b M_L) i^{\ell_a - \ell_b} \hat{\ell}_a \hat{\ell}_L \hat{\ell}_b^{-1} (\ell_a 0 L 0 | \ell_b 0) \\ &\int r_b^2 dr_b w_{\ell_b}(r_b) F_{LSJ}^D(r_b) w_{\ell_a}(r_b) \end{aligned} \quad (2.44.2)$$

und

$$\begin{aligned}
 a_{J_A J_B s_a s_b}^{E, \ell_b} &= \frac{\sqrt{4\pi} 4\pi}{k_a k_b} \sum_{\ell_a L S J} (-)^{I_A - M_A} (I_A^{M_A} I_B^{-M_B} | J - M_J) \\
 &\times (-)^{s_a - m_a} (s_a m_a s_b - m_b | S - m_S) (J M_J S M_S | L M_L) \\
 &\times \hat{\ell}_a (\ell_a 0 \ell_b M_L | L M_L) i^{\ell_a - \ell_b} \\
 &\times J \int r_a^2 r_b^2 dr_a dr_b w_{\ell_b}(r_b) F_{LSJ}^{E, \ell_b \ell_a}(r_b, r_a) w_{\ell_a}(r_a)
 \end{aligned} \tag{2.44.3}$$

Dabei ist J die Jacobi-Determinante der Transformation auf die Relativkoordinaten.

Mit Hilfe von (2.44.1) berechnet sich der differentielle Wirkungsquerschnitt entsprechend (1.20) sehr einfach zu

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{\mu_a \mu_b}{(2\pi\hbar^2)^2} \frac{k_b}{k_a} \hat{J}_A^{-1} \hat{s}_a^{-1} \sum_{M_A M_B m_a m_b} |T_{J_A J_B s_a s_b}^{E, \ell_b \ell_a}|^2 \tag{2.45}$$

2.4 Die No-Recoil-Näherung

In der No-Recoil-Näherung^{2,60)} ersetzt man in der Berechnung der T-Matrix $T_{BA}^E \chi_a^{(+)}(\vec{r}_a)$ durch $\chi_a^{(+)}(\vec{r}_b)$. Damit können wir in der Berechnung der Austausch-T-Matrix T_{BA}^E in (2.14) ebenso wie in der Berechnung des direkten Formfaktors ein neues Matrixelement $I^{E, NR}$ definieren, das jetzt nur noch von \vec{r}_b abhängt:

$$\begin{aligned}
 I_{L\lambda SJTk}^{E, NR}(\vec{r}_b) &= J^{-1} \int d\vec{\rho} I_{L\lambda SJTk}^E(\vec{r}_b, \vec{\rho}) \\
 &= J^{-1} \int d\vec{\rho} \sum_{\ell_B} G_{L\lambda SJTk}^{E, \ell}(r_b, \rho) [\gamma_{\ell}(\hat{r}_b) \otimes \gamma_{\ell_B}(\hat{\rho})]_{LM_L} \\
 &= J^{-1} \sqrt{4\pi} I_{L\lambda SJTk}^{E, NR}(r_b) Y_{LM_L}(\hat{r}_b)
 \end{aligned} \tag{2.46.1}$$

wobei das No-Recoil-Doppelfaltungsintegral $I_{L\lambda SJTk}^{E,NR}$ definiert ist durch

$$I_{L\lambda SJTk}^{E,NR}(r_b) = \sqrt{4\pi} \int \rho^2 d\rho G_{L\lambda SJTk}^{E,LO}(r_b, \rho) \quad (2.46.2)$$

Physikalisch bedeutet die NR-Näherung, daß man den durch den Austausch des Nukleons bedingten zusätzlichen Impulsübertrag vernachlässigt. Dies können wir folgendermaßen verstehen. Schreiben wir die "distorted wave" im Eingangskanal mit Hilfe des Translationsoperators, so wird

$$\chi_a^{(+)}(\vec{r}_a) = \chi_a^{(+)}(\vec{r}_b - m_p^{-1}\vec{p}) = e^{-m_p^{-1}\vec{p} \cdot \vec{\nabla}_b} \chi_a^{(+)}(\vec{r}_b) \quad (2.47)$$

wobei der Gradient $\vec{\nabla}_b$ nach der Koordinate \vec{r}_b differenziert und in der "local energy approximation" (LEA)²⁾ durch

$$\vec{\nabla}_b = i \vec{k}_a(\vec{r}_b) \quad (2.48)$$

ersetzt werden kann. \vec{k}_a ist im allgemeinen eine Funktion der Relativkoordinate \vec{r}_b . In der NR-Näherung wird dieser Translationsoperator durch den Einheitsoperator approximiert und damit der Impuls $m_p^{-1}\vec{k}_a$ vernachlässigt. Es ist klar, daß die Approximation für große Projektilmassen gut ist.

Um den Einfluß bei kleineren Projektilmassen abzuschätzen, müssen wir beachten, daß durch den zusätzlichen Impuls (2.48) die hohen Impulskomponenten der Austauschkorrelationen stärker gewichtet werden. Es ist bekannt²⁾, daß die Austauschkorrelationen im allgemeinen kurzreichweitig sind, d.h. hohe Impulskomponenten haben. Da diese Impulskomponenten in der exakten Rechnung stärker gewichtet werden, ist also zu erwarten, daß die Austauschwirkungsquerschnitte in den No-Recoil-Rechnungen kleiner sind. Damit wird aber der Gesamtwirkungs-

querschnitt wegen der destruktiven Interferenz von direkter T-Matrix und Austausch-T-Matrix größer. Die in der No-Recoil-Näherung berechneten Wirkungsquerschnitte sollten also die exakt berechneten überschätzen.

III. Wahl der effektiven Projektilnukleon-Targetnukleon-Wechselwirkung

3.1 Die even-odd-Darstellung der Wechselwirkung

Um die Formfaktoren (2.35) und (2.42) berechnen zu können, zerlegen wir die Nukleon-Nukleon-Wechselwirkung in (1.3) in eine Summe von Zentral(C)-, Spin-Bahn(LS)- und Tensor(T)-Wechselwirkungen. Diese Aufspaltung ist aufgrund von Invarianzforderungen an die PTWW immer möglich.

Da ein Projektil nur bestimmte Spin-Isospinquantenzahlen auf den Targetkern übertragen kann, zerlegen wir jeden dieser Wechselwirkungsterme in Spin-Isospin-Komponenten. Wir erhalten damit für die NN-Wechselwirkung in (1.3) die Zerlegung

$$\begin{aligned}
 V(i,j) = & V_0^C(r_{ij}) + V_\sigma^C(r_{ij}) \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j + V_\tau^C(r_{ij}) \vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j + V_{\sigma\tau}^C(r_{ij}) \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j \vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j \\
 & + \{V^{LS}(r_{ij}) + V_\tau^{LS}(r_{ij}) \vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j\} \vec{L}_{ij} \cdot \vec{S} \\
 & + \{V^T(r_{ij}) + V_\tau^T(r_{ij}) \vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j\} \hat{S}_{ij}
 \end{aligned} \tag{3.1}$$

wobei

$$\vec{L}_{ij} = (2\hbar)^{-1} (\vec{r}_i - \vec{r}_j) \times (\vec{p}_i - \vec{p}_j) \tag{3.2}$$

der relative Bahndrehimpuls und

$$\hat{S}_{ij} = 3(\vec{\sigma}_i \cdot \vec{r}_{ij})(\vec{\sigma}_j \cdot \vec{r}_{ij}) - \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j \tag{3.3}$$

der Tensoroperator ist. Der Gesamtspin der wechselwirkenden Nukleonen ist dabei durch

$$\vec{S} = \frac{1}{2} (\vec{\sigma}_i + \vec{\sigma}_j) \quad (3.4)$$

definiert. Definierte Kernzustände können nun nur durch bestimmte Komponenten der Wechselwirkung (3.1) angeregt werden. So können z.B. Spin-Umklapp-Prozesse ($S=1$) durch alle Terme mit $\vec{\sigma}$, \vec{S} und \hat{S}_{ij} bedingt werden, während Ladungsaustauschprozesse Terme mit dem Operator τ erfordern.

Im Rahmen dieser Arbeit verwenden wir die even(E)-odd(O)-Darstellung der Wechselwirkung¹⁸⁾ (3.1). Um sie aus (3.1) abzuleiten, führen wir Projektionsoperatoren P_S und P_T , die auf bestimmten Gesamtspin- und Gesamtisospin projizieren. Aus der Forderung der Antisymmetrie folgt dann eine bestimmte Symmetrie (even, odd) für den Ortsanteil. Je nach Symmetrie erhalten wir "singulett even" (SE)-, "triplett even" (TE)-, "singulett odd" (SO)- und "triplett odd" (TO)-Kanäle der Wechselwirkung, wobei sich die Bezeichnungen singulett und triplet auf die Spinzustände mit $S=0$ und $S=1$ beziehen.

Mit den Projektionsoperatoren

$$P_{S=0} = \frac{1}{4} (1 - \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j) \quad \text{bzw.} \quad P_{S=1} = \frac{1}{4} (3 + \vec{\sigma}_i \cdot \vec{\sigma}_j) \quad (3.5.1)$$

für den Spin und

$$P_{T=0} = \frac{1}{4} (1 - \vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j) \quad \text{bzw.} \quad P_{T=1} = \frac{1}{4} (3 + \vec{\tau}_i \cdot \vec{\tau}_j) \quad (3.5.2)$$

für den Isospin erhalten wir somit die "even-odd"-Darstellung der Wechselwirkung

$$\begin{aligned}
 V(i,j) = & V^{SE}(r_{ij})P_{S=0}P_{T=1} + V^{SO}(r_{ij})P_{S=0}P_{T=0} \\
 & + V^{TE}(r_{ij})P_{S=1}P_{T=0} + V^{TO}(r_{ij})P_{S=1}P_{T=1} \\
 & + V^{LSE}(r_{ij})P_{T=0}\vec{s} \cdot \vec{n} + V^{LSO}P_{T=1}\vec{s} \cdot \vec{n} \\
 & + V^{TNE}(r_{ij})P_{T=0}\hat{S}_{ij} + V^{TNO}(r_{ij})P_{T=1}\hat{S}_{ij}
 \end{aligned} \tag{3.6}$$

Dabei ist

$$\vec{n} = \vec{k} \times \vec{k}' \tag{3.7}$$

wobei \vec{k} , \vec{k}' die Eingangs- bzw. Ausgangsimpulse sind. Die beiden Darstellungen (3.1) und (3.6) lassen sich leicht miteinander umrechnen. Wir erhalten für den Zentral(C)-Anteil von (3.1)

$$\begin{pmatrix} V_O^C \\ V_\sigma^C \\ V_\tau^C \\ V_{\sigma\tau}^C \end{pmatrix} = \frac{1}{16} \begin{pmatrix} 3 & 3 & 9 & 1 \\ 1 & -3 & 3 & -1 \\ -3 & 1 & 3 & -1 \\ -1 & -1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V^{TE} \\ V^{SE} \\ V^{TO} \\ V^{SO} \end{pmatrix} \tag{3.8}$$

und für den Tensor(T)- bzw. Spin-Bahn(LS)-Anteil

$$\begin{pmatrix} V^{LS} \\ V_\tau^{LS} \\ V^T \\ V_\tau^T \end{pmatrix} = \frac{1}{4} \begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V^{LSO} \\ V^{LSE} \\ V^{TNO} \\ V^{TNE} \end{pmatrix} \tag{3.9}$$

Die Austauschwechselwirkung unterscheidet sich in dieser Darstellung nur durch eine Phase von der direkten Wechselwirkung

$$V^E(i,j) = (-)^{1+S+T} V^D(i,j) \quad (3.10)$$

3.2 Das Energiefenster

Die verschiedenen Kraftkomponenten der Wechselwirkung (3.1) haben eine unterschiedliche Energieabhängigkeit. Für niedrige Einschußenergien ist die Wechselwirkung im allgemeinen sehr kompliziert, da z.B. Mediumkorrekturen eine große Rolle spielen. Mit zunehmender Energie wird der Effekt der Mediumkorrekturen kleiner (s. Kap. 1.2). Berechnungen in der Nukleon-Kernstreuung zeigen, daß ab Einschußenergien von 100 MeV ⁵⁸⁾ die Wechselwirkung gut durch die freie NN-t-Matrix approximiert werden kann. Die Ersetzung der effektiven PTWW durch die freie NN-t-Matrix bezeichnet man als Impulsnäherung¹⁸⁾. Für diese Energien genügt es deshalb, das Energieverhalten der freien NN-t-Matrix zu studieren¹⁸⁾.

Abb. 3 zeigt die Volumenintegrale der Spin-Isospinkomponenten der Zentralkraft als Funktion der Einschußenergie: Das Volumenintegral der Wechselwirkung ist die Wechselwirkung im Impulsraum für Impulsüberträge $q=0$. Wie wir sehen, dominiert die spin-isospin-unabhängige Zentralkraft V_0^C für alle Energien, hat aber im Energiebereich $150 \text{ MeV} < E < 450 \text{ MeV}$ ein breites Minimum. Dieses Minimum bedingt zum einen, daß Mehrstufenprozesse unterdrückt sind, zum anderen, daß der Kern für ein Nukleon ziemlich transparent ist. So ist in der Nukleon-Kernstreuung bei 200 MeV Einschußenergie die mittlere freie Weglänge des Nukleons 4-5 fm. Man bezeichnet deshalb den Energiebereich $150 \text{ MeV} < E < 450 \text{ MeV}$ als

Energiefenster. Offensichtlich können im Energiefenster Spin-Isospin-Freiheitsgrade besonders gut angeregt werden, da die Kraftkomponente $V_{\sigma\tau}$ relativ groß ist. Hingegen sind Kernreaktionen, in denen nur der Spin oder nur der Isospin involviert sind, stark unterdrückt, da die Kraftkomponenten V_{σ} und V_{τ} relativ klein sind.

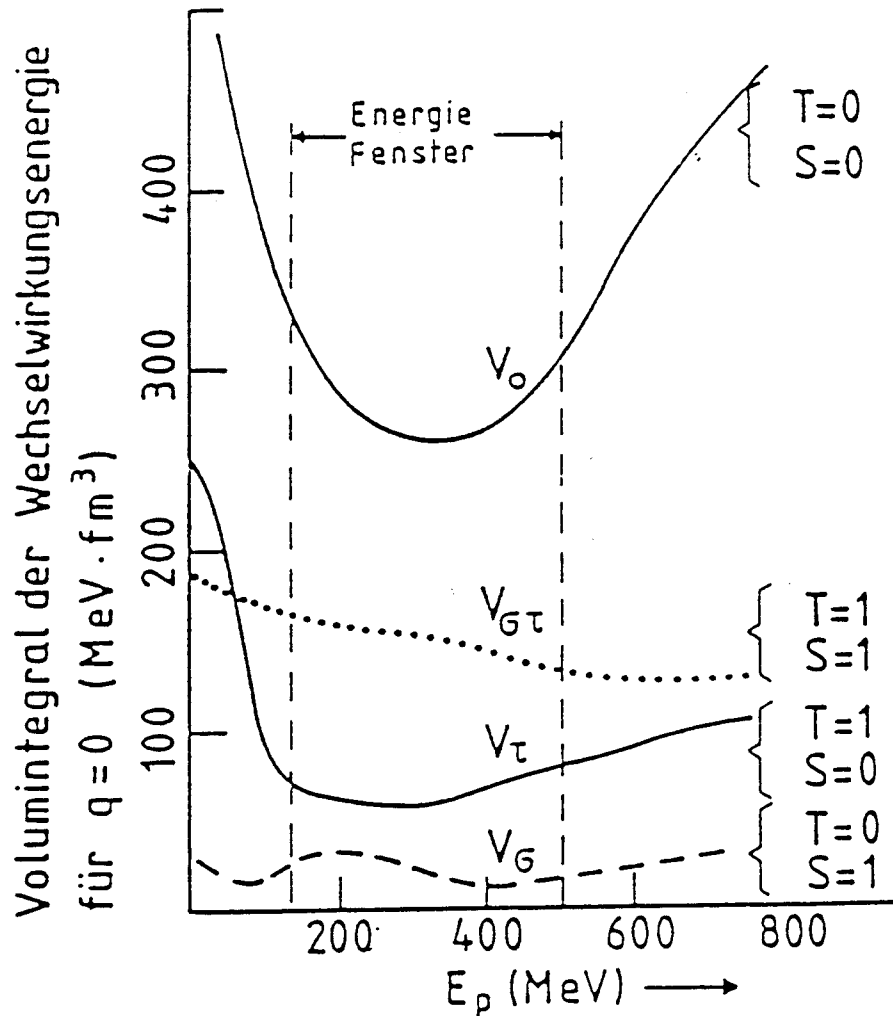


Abb. 3: Energieabhängigkeit der Volumenintegrale der Zentralkomponenten der Nukleon-Nukleon-t-Matrix¹⁸⁾.

IV. Spezialisierung auf die ($^3\text{He}, t$)-Reaktion

Im folgenden wollen wir den allgemeinen Formalismus auf die ($^3\text{He}, t$)-Reaktion spezialisieren.

Zunächst müssen wir dafür die in (2.23.1) eingeführte Projektilübergangsdichte berechnen.

4.1 Projektilstruktur

Die Projektilübergangsdichte $d(\vec{r}_2, \vec{r}_2')$ haben wir in (2.23.1) in einen Ortsraum- und einen Spin-Isospinanteil aufgespalten. Die Trennung von Bahndrehimpuls und Spinwellenfunktionen ist wegen der s-Wellennäherung für das Projektil möglich.

Da wir etwas über die Targetstruktur lernen wollen, müssen wir die Projektilübergangsdichte genau kennen. Wir nehmen daher für die Ortsraumübergangsdichte die experimentell vermessene Magnetisierungsdichte⁶²⁾ und erhalten folgende Darstellung:

$$\begin{aligned} d_0(\vec{r}_2) = d_0(\vec{r}_2, \vec{r}_2) = (2\pi^{1/2})^{-1} \{ a^{-3} \exp[-a^{-2} r_2^2] \\ - b^2 (6c^2 - r_2^2) (4c^7)^{-1} \exp[-(4c^2)^{-1} r_2^2] \} \end{aligned} \quad (4.1.1)$$

wobei der Parametersatz gegeben ist durch

$$a = 0.654 \text{ fm}, \quad b = 0.456 \text{ fm}, \quad c = 0.821 \text{ fm} \quad (4.1.2)$$

Um den Spin-Isospinanteil der Projektilübergangsdichte zu bestimmen, behandeln wir das ^3He und Triton wie ein Loch in einem α -Teilchen. Die Spin-Isospin-Wellenfunktionen des ^3He und Tritons sind also definiert durch

$$|{}^3\text{He}\rangle = |s_a m_a v_a\rangle = a_{\widetilde{m_a v_a}} |\alpha\rangle \quad (4.2.1)$$

$$|t\rangle = |s_b m_b v_b\rangle = a_{\widetilde{m_b v_b}} |\alpha\rangle$$

Damit wird der Spin-Isospin-Anteil der spektroskopischen Amplitude einfach gegeben durch⁵⁷⁾

$$\langle b || A_{stm_t}^+ || a \rangle = (4\delta_{s_0} \delta_{t_0} - (-)^{t+s}) \hat{s} \hat{t} \quad (4.2)$$

4.2 Das optische Potential

Wie bereits in Kap. 1.1 erwähnt, ist die exakte Bestimmung des optischen Potentials U_1 aus (1.17) wegen der Ankopplung an den Q-Raum unmöglich. In praktischen Rechnungen wird das optische Potential deshalb meist durch ein phänomenologisches lokales Potential approximiert. Dieses phänomenologische Potential kann man durch Anpassung an die elastische Streuung bestimmen.

Bisher existieren allerdings keine Streudaten für die elastische $^{90}\text{Zr}(^3\text{He}, ^3\text{He})$ -Reaktion bei einer Einschubenergie von 600 MeV und daher auch kein optisches Potential. Wir müssen uns deshalb ein optisches Potential konstruieren. Eine naheliegende und einfache Möglichkeit besteht in der Einfaltung des wohlbekannten optischen Proton-Kern-Potentials U_{NA} für 200 MeV mit der Projektilgrundzustandsdichte. Die Projektilgrundzustandsdichte wählen wir

proportional der von McCarthy et al.⁶²⁾ gemessenen Ladungsdichte. Diese hat die gleiche Struktur wie (4.1.1), aber einen etwas geänderten Parametersatz, nämlich

$$a = 0.675 \text{ fm}, b = 0.366 \text{ fm}, c = 0.836 \text{ fm} \quad (4.3)$$

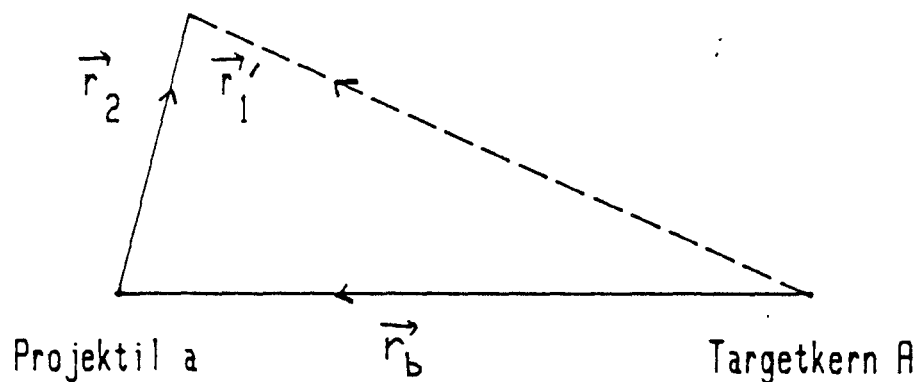


Abb. 4

Die Koordinaten für die Einfachfaltung wählen wir wie in Abb. 4 dargestellt. Dabei bezeichnet \vec{r}_b die Relativkoordinate zwischen Projektil a und Target A und \vec{r}_2 ist die interne Projektilnukleonkoordinate. Die Koordinate \vec{r}_1 ist dann der Abstand zwischen Targetschwerpunkt und Projektilnukleon. Für die Integration legen wir die z-Achse in \vec{r}_b -Richtung, so daß μ_2 der zur Koordinate \vec{r}_2 entsprechende Winkel ist.

Auf das Projektilnukleon wirkt nun das optische Nukleon-Kern-Potential $U_{NA}(|\vec{r}_1|)$. Wir nehmen nun an, daß die Projektilgrundzustandsdichte der auf 1 normierten Ladungsdichte d_0^c aus (4.1.1) proportional ist. Als Proportionalitätskonstante wählen wir die Projektilnukleonenzahl a ($= 3$ für ^3He). Damit erhalten wir

$$\begin{aligned}
 U(r_b) &= a \int d_0^C(\vec{r}_2) U_{NA}(|\vec{r}_1|) d^3\vec{r}_2 \\
 &= (4\pi)^{-1} a \int d_0^C(r_2) U_{NA}(|\vec{r}_b + \vec{r}_2|) r_2^2 dr_2 d\mu_2 d\varphi \\
 &= \frac{1}{2} a \int r_2^2 dr_2 d_0^C(r_2) \int d(\cos\mu_2) U(r_b, r_2, \mu_2)
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

Da für ein zusammengesetztes Projektil viele Reaktionskanäle offen sind, wie z.B. Projektilaufbruch, wird es vom Targetkern stärker absorbiert. Diese stärkere Absorption simulieren wir durch Multiplikation des Faltungsintegrals mit der Projektilnukleonenzahl. Damit hat $U(r_b)$ in (4.4) zwar die gleiche Breite wie $U_{NA}(|\vec{r}_1|)$, ist aber um den Faktor a (≈ 3 für ^3He) tiefer.

Ob unsere Konstruktion eines optischen Potentials vernünftig ist, wollen wir in Kap. 6 näher untersuchen.

V. Experimentelle Situation

5.1 Die Nullgradspektren

Die (p,n)-Streuexperimente bei intermediären Einschüßenergien ($100 \text{ MeV} < E_p < 200 \text{ MeV}$) an der Indiana Cyclotron Facility (IUCF) haben viel zum Verständnis der Spin-Isospin-Korrelationen in Atomkernen beigetragen⁴⁻⁵). 1983 wurde am Laboratoire National Saturne auch die ($^3\text{He},t$)-Reaktion bei intermediären Energien untersucht^{46,47}).

Abb. 5a zeigt das Nullgradspektrum für die $^{90}\text{Zr}(p,n)$ -Reaktion bei einer Einschüßenergie von $E = 200 \text{ MeV}$ und Abb. 5b das entsprechende Nullgradspektrum für die $^{90}\text{Zr}(^3\text{He},t)$ -Reaktion bei einer Einschüßenergie von 600 MeV , d.h. 200 MeV pro Nukleon.

Aufgetragen sind die doppeltdifferentiellen Wirkungsquerschnitte als Funktion der Anregungsenergie in ^{90}Nb . Zunächst einmal fällt auf, daß beide Spektren eine sehr ähnliche Struktur besitzen. Beide werden für niedrige Anregungsenergien ($E_x < 15 \text{ MeV}$) von einem einzigen Peak dominiert, der allerdings für die ($^3\text{He},t$)-Reaktion etwa um einen Faktor 2.5 größer ist als für die (p,n)-Reaktion.

Dieser Peak ist die sog. Gamow-Teller-Riesenresonanz, deren Eigenschaften wir weiter unten diskutieren werden. Für höhere Anregungsenergien ($E_x > 15 \text{ MeV}$) sehen wir einen wesentlichen Unterschied zwischen beiden Reaktionen. Während der Streuquerschnitt für die (p,n)-Reaktion zu höheren Energien hin relativ stark abfällt, sehen wir im Wirkungsquerschnitt der ($^3\text{He},t$)-Reaktion im Anregungsenergiebereich $15 \text{ MeV} < E_x < 35 \text{ MeV}$ eine breite Struktur. Die Natur dieser breiten Struktur zu erklären, wird eine der Aufgaben dieser Arbeit sein.

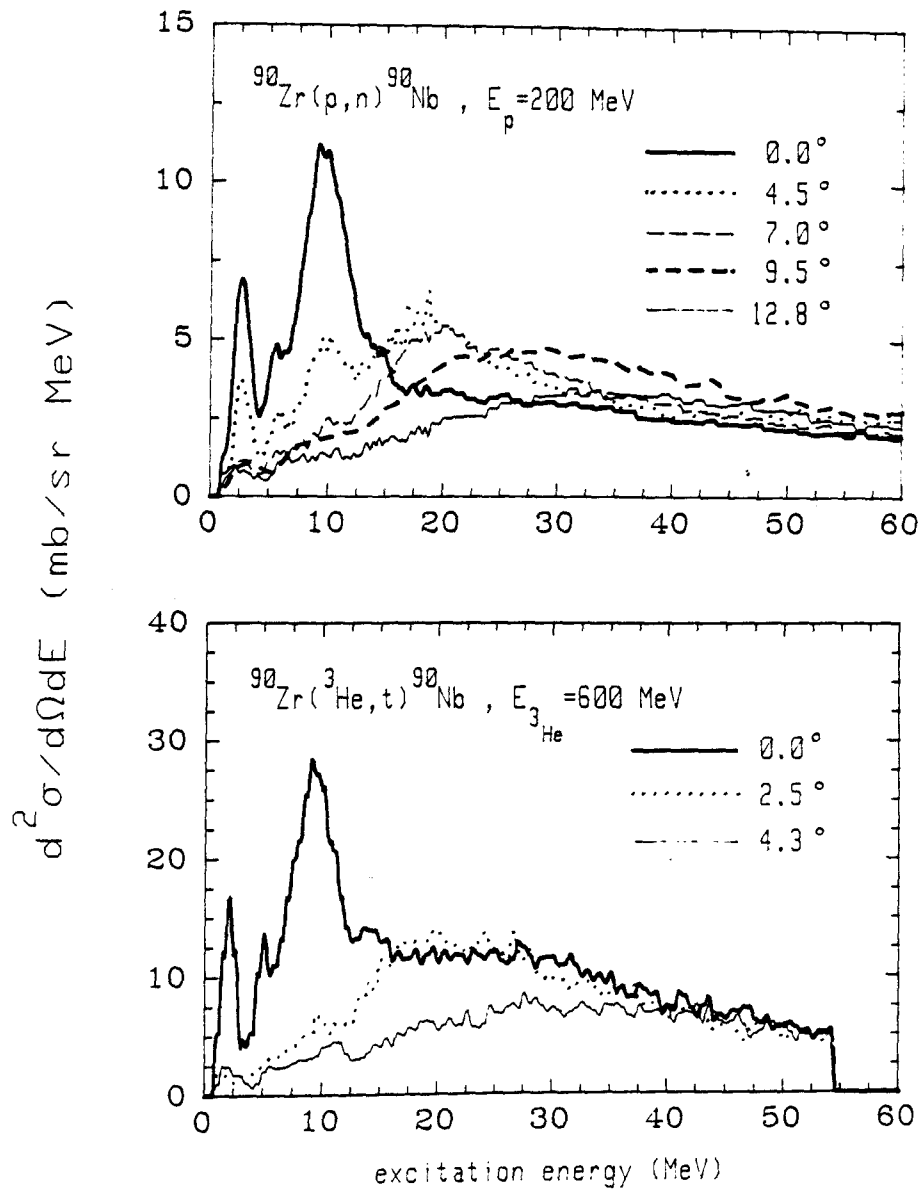


Abb. 5a und 5b: Flugzeitspektren der $^{90}\text{Zr}(p,n)$ - und $^{90}\text{Zr}(^3\text{He},t)$ -Reaktion bei einer Einschüßenergie von 200 MeV pro Nukleon^{5,46}).

Wie schon erwähnt, wird der große Peak bei $E_x \approx 10$ MeV als die sog. Gamow-Teller-Resonanz (GTR) interpretiert. Die GTR ist eine kollektive Spin-Isospin-Schwingung, bei der alle Oberschußneutronen ihre Spins und Isospins in kohärenter Weise umklappen, ohne ihre Ortswellenfunktionen zu ändern. Sie besitzt die Quantenzahlen $L=0$, $S=1$, $T=1$, $J^\pi = 1^+$.

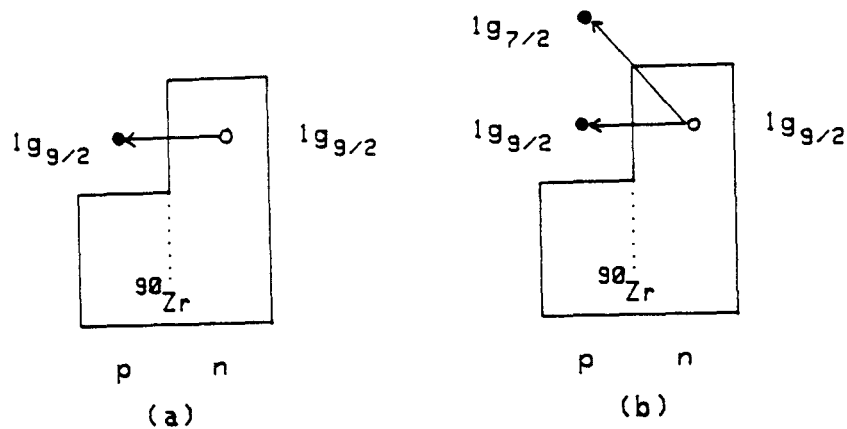


Abb. 6: Schematische Darstellung der 1T1L-Übergänge, die die IAR (a) und die GTR (b) aufbauen. Die Übergänge werden durch die Operatoren τ_+ bzw. $\sigma\tau_+$ induziert.

Die Einteilchenübergänge, die die GTR aufbauen, sind in Abb. 6(b) schematisch dargestellt. Zur Anregung dieser Übergänge wird der Gamow-Teller-Übergangsoperator $\sigma\tau_+$ benötigt. Daß die GTR eine reine Spin-Isospinschwingung ist, läßt sich aus der Energieabhängigkeit des gemessenen Streuquerschnitts ersehen. Mit zunehmender Einschußenergie pro Nukleon ändert sich das Verhältnis der Streuquerschnitte von Spinflip- und Nicht-Spinflip-Zuständen sehr stark.

In Abb. 7 ist dieses Verhalten am Beispiel der (p,n)-Reaktion dargestellt. Aufgetragen ist die Zählrate als Funktion der Anregungsenergie.

Bei 120 MeV wird besonders stark die 0^+ isobare Analogresonanz (IAR) angeregt⁹⁾, die einer kollektiven Isospinschwingung der Überschußneutronen entspricht. Die beteiligten Einteilchenübergänge werden durch den Fermiübergangsoperator τ_+ induziert (s. Abb. 6(a)).

Bei 200 MeV hingegen wird die IAR nur noch schwach angeregt, während die GTR besonders stark angeregt wird. Dieses Verhalten ist eine direkte Folge der Energieabhängigkeit der Kraftkomponenten der NN-Wechselwirkung¹⁸⁾, die diese Resonanzen anregen (s. Abb. 3). Mit zunehmender Energie nimmt das Volumeninte

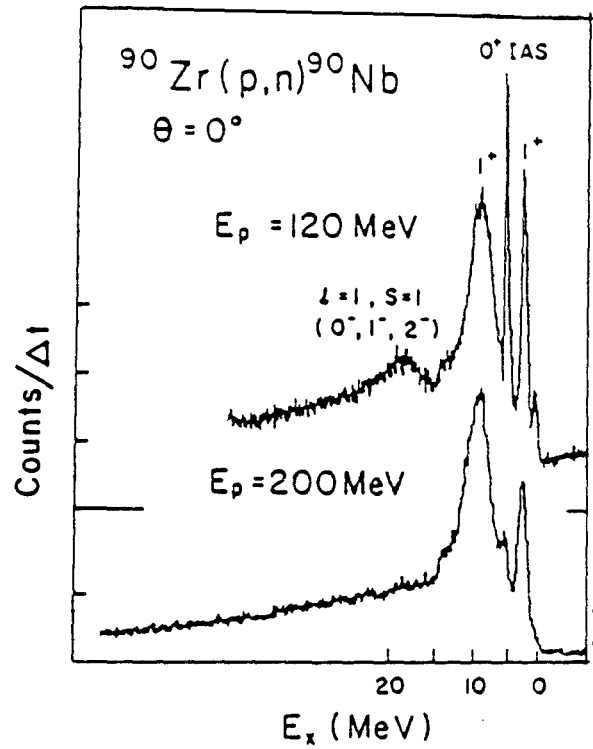


Abb. 7: Neutronenflugzeitspektren für die $^{90}\text{Zr}(p,n)^{90}\text{Nb}$ -Reaktion bei 120 MeV und 200 MeV Einschüßenergie⁹⁾.

gral der Kraftkomponente V_τ , die die IAR anregt, ab, während das Volumenintegral der Komponente $V_{\sigma\tau}$, die die GTR anregt, annähernd konstant bleibt. Bei einer Erhöhung der Einschüßenergie von 120 MeV auf 200 MeV nimmt also das relative Verhältnis $|V_{\sigma\tau}/V_\tau|^2$ zu. Bei 200 MeV ist dieses Verhältnis etwa $|V_{\sigma\tau}/V_\tau|^2 \approx 10$.

Für die (p,n)-Reaktion lassen sich die Volumenintegrale J_τ und $J_{\sigma\tau}$ der Kraftkomponenten V_τ bzw. $V_{\sigma\tau}$ experimentell direkt aus den 0° -Streuquerschnitten bestimmen. Im Grenzfall kleiner Impulsüberträge ($q \rightarrow 0$) gelten nämlich für die Streuquerschnitte der Fermi (F)- und Gamow-Teller (GT)-Übergänge die Beziehungen⁵⁾

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_F (q \rightarrow 0) = \left(\frac{\mu}{2\pi\hbar^2}\right)^2 \frac{k_1}{k_0} N_\tau |J_\tau|^2 B(F) \quad (5.1.1)$$

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}_{GT} (q \rightarrow 0) = \left(\frac{\mu}{2\pi\hbar^2}\right)^2 \frac{k_1}{k_0} N_{\sigma\tau} |J_{\sigma\tau}|^2 B(GT) \quad (5.1.2)$$

Dabei bezeichnen k_0 und k_1 die Wellenzahlen im Eingangs- und Ausgangskanal und μ ist die reduzierte Masse. N_τ und $N_{\sigma\tau}$ sind Distortionsfaktoren, um die die Streuquerschnitte im Eingangs- und Ausgangskanal gegenüber dem Born-Streuquerschnitt reduziert werden. Die B-Werte sind definiert durch

$$B(F) = \langle f | \sum_{k=1}^A \tau_-(k) | i \rangle^2 \quad (5.2.1)$$

$$B(GT) = \sum_{\mu} \langle f | \sum_{k=1}^A \sigma_{\mu}(k) \tau_-(k) | i \rangle^2 \quad (5.2.2)$$

wobei $|i\rangle$ den Anfangszustand und $|f\rangle$ den Endzustand des Kerns bezeichnen.

Da die Parameter des optischen Potentials für die Proton-Kernstreuung gut bekannt sind, lassen sich die Distortionsfaktoren für die Nukleon-Kernstreuung durch Vergleich von "plane wave"- und "distorted wave"-Rechnungen leicht bestimmen. Man findet^{7,9,10}), daß die Distortionsfaktoren im Energieintervall $80 \text{ MeV} < E < 200 \text{ MeV}$ nahezu energieunabhängig sind und für GT- und F-Übergänge etwa gleich groß sind.

Mißt man nun die Wirkungsquerschnitte zu Zuständen mit bekannten $B(GT)$ - bzw. $B(F)$ -Werten in Abhängigkeit von der Einschußenergie, so ergibt sich daraus das Verhältnis $(N_{\sigma\tau} |J_{\sigma\tau}|^2 / N_\tau |J_\tau|^2) \approx |J_{\sigma\tau} / J_\tau|^2$. Für eine Einschußenergie von 200 MeV findet man in der (p,n)-Streuung^{7,9,10})

$$|J_{\sigma\tau} / J_\tau|^2 = 9.9$$

Die Volumenintegrale $J_{\sigma\tau}$ und J_{τ} und damit deren Verhältnis können im Prinzip für die $(^3\text{He},t)$ -Reaktion andere Werte annehmen, da durch die Faltung der NNWW mit der Projektilsdichte eine andere effektive Wechselwirkung entsteht. Da für die $(^3\text{He},t)$ -Reaktion bei einer Einschußenergie von 600 MeV bisher keine optischen Parameter bestimmt wurden und daher die Distortionsfaktoren unbekannt sind, ist eine einfache Bestimmung des direkten Verhältnisses der Volumenintegrale nicht möglich. Experimentell mißt man nur die Produkte $N_{\sigma\tau} |J_{\sigma\tau}|^2$ bzw. $N_{\tau} |J_{\tau}|^2$. Man findet für die $(^3\text{He},t)$ -Reaktion⁶⁵⁾

$$\left(\frac{N_{\sigma\tau}}{N_{\tau}} \right) \left| \frac{J_{\sigma\tau}}{J_{\tau}} \right|^2 = 8.4$$

Die Distortionsfaktoren für die $(^3\text{He},t)$ -Reaktion können von denen der (p,n) -Reaktion sehr unterschiedlich sein, da die Absorption des ^3He -Projektils viel stärker ist als die des Protons. Das Verhältnis der Distortionsfaktoren können wir aber aus den für beide Reaktionen gemessenen Wirkungsquerschnitten abschätzen. Der Wirkungsquerschnitt für die $(^3\text{He},t)$ -Reaktion ist etwa um einen Faktor 2.5 größer als der für die (p,n) -Reaktion. Beachten wir nun, daß die kinematischen Faktoren für die $^{90}\text{Zr}(^3\text{He},t)$ -Reaktion wegen des Quadrats der reduzierten Masse um einen Faktor 9 größer sind, so erhalten wir als grobe Abschätzung

$$N_{\sigma\tau}(^3\text{He}) \approx \frac{1}{3} N_{\sigma\tau}(p)$$

bzw.

$$N_{\tau}(^3\text{He}) \approx \frac{1}{3} N_{\tau}(p)$$

Die Übergänge (5.2.1) und (5.2.2) sind als Fermi- bzw. Gamow-Teller-Übergänge aus der Theorie des β_- -zerfalls bekannt. In Ladungsaustauschreaktionen, wie z.B. in der (p,n)- und ($^3\text{He,t}$)-Reaktion, können allerdings Zustände angeregt werden, die im β_- -Zerfall energetisch verboten sind.

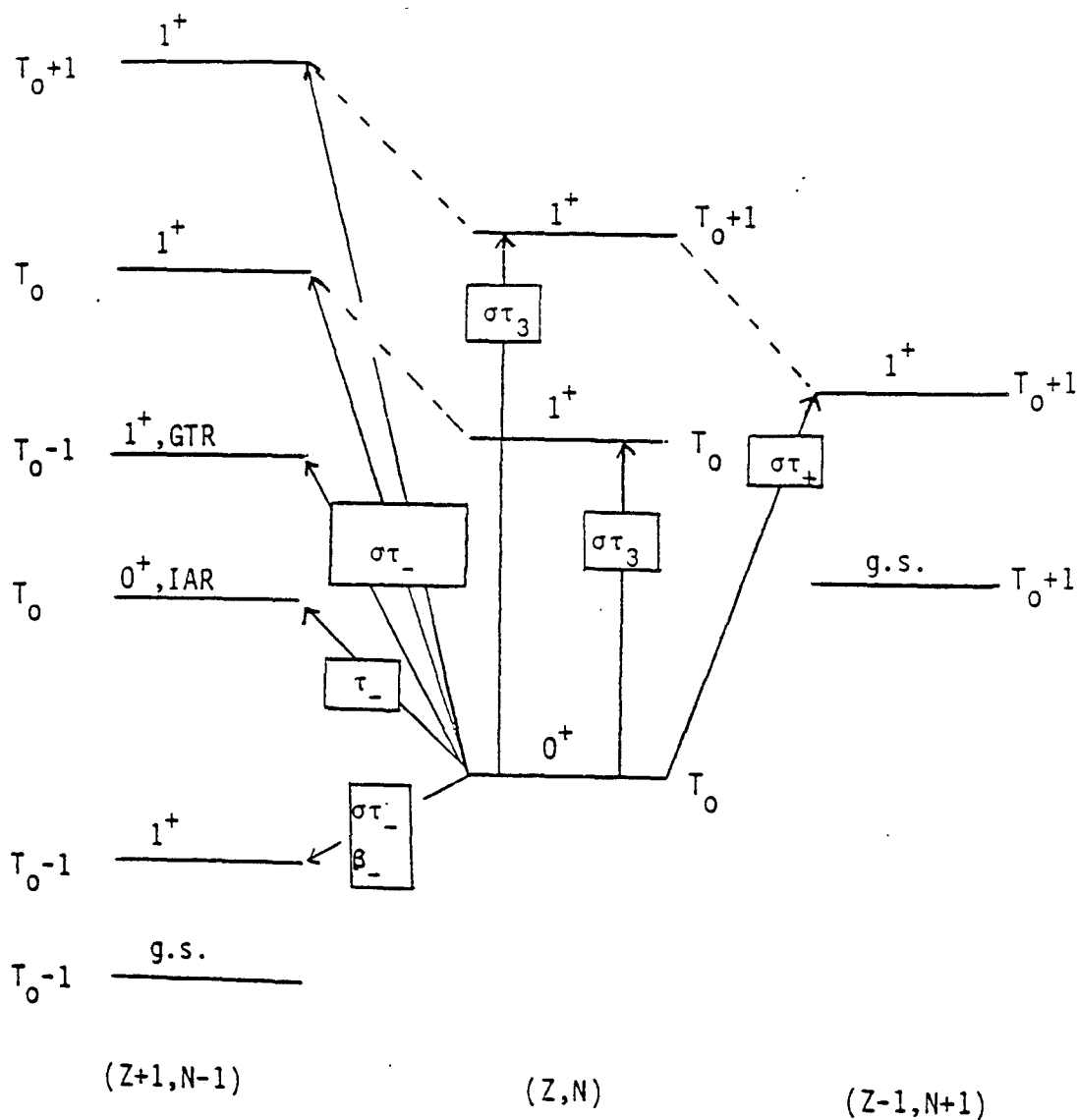


Abb. 8: Niveauschema eines Kerns mit Protonenzahl Z und Neutronenzahl N im Isospinzustand $|T_0, T_0\rangle$.

Abb. 8 zeigt das Niveauschema eines Targetkerns mit Protonenzahl Z , Neutronenzahl N und Isospinquantenzahlen $|T_0, T_0\rangle$. Durch (p,p')- und (n,n')-Reaktionen können wir die 1^+ -(M1)-Stärke im Kern (Z, N) messen. Diese Zustände werden

durch den Operator $\sigma\tau_3$ angeregt. (p,n)- oder ($^3\text{He},t$)-Reaktionen führen zu Endzuständen im Nachbarkern (Z+1,N-1). Sie werden durch den Operator $\sigma\tau_-$ oder τ_- angeregt. Da τ_3 und τ_- Operatoren vom Rang 1 im Isospinraum sind, verteilt sich die Fermi- bzw. GT-Stärke auf Zustände mit Isospin $T_f = T_0-1, T_0, T_0+1$.

In (n,p)- oder (d,2p)-Reaktionen messen wir die $S_{\beta+}$ -Stärke im Kern. Dabei werden die Endzustände durch den Operator $\sigma\tau_+$ angeregt.

Die relative Stärke der Wirkungsquerschnitte für die einzelnen Isospinkomponenten ergeben sich mit dem Wigner-Eckart-Theorem zu

$$\sigma_{\begin{pmatrix} p,p' \\ n,n' \end{pmatrix}} = \frac{1}{T_0+1} |M_{T_0+1}|^2 + \frac{T_0}{T_0+1} |M_{T_0}|^2 \quad (5.3.1)$$

$$\sigma_{\begin{pmatrix} p,n \\ ^3\text{He},t \end{pmatrix}} = \frac{1}{(2T_0+1)(T_0+1)} |M_{T_0+1}|^2 + \frac{1}{T_0+1} |M_{T_0}|^2 + \frac{2T_0+1}{2T_0+1} |M_{T_0-1}|^2 \quad (5.3.2)$$

$$\sigma_{\begin{pmatrix} n,p \\ d,2p \end{pmatrix}} = |M_{T_0+1}|^2 \quad (5.3.3)$$

wobei M_T das reduzierte Übergangsmatrixelement darstellen soll. Für Targetkerne mit hohem Neutronenüberschuß werden deshalb in der inelastischen Streuung Zustände mit $T=T_0$ besonders stark angeregt, während (p,n)- oder ($^3\text{He},t$)-Reaktionen Zustände mit $T=T_0-1$ stark anregen.

Für die Stärke der Fermi- bzw. Gamow-Teller-Übergänge existiert eine modellunabhängige Summenregel, die man aus den Kommutatorrelationen der Operatoren τ_+ und τ_- herleiten kann. Nehmen wir an, daß σ , τ_+ und τ_- Einkörperoperatoren sind, so folgt für Fermiübergänge¹⁹⁾

$$\begin{aligned} \langle i | [\tau_+, \tau_-] | i \rangle &= \sum_f \langle i | \tau_+ | f \rangle \langle f | \tau_- | i \rangle - \sum_f \langle i | \tau_- | f \rangle \langle f | \tau_+ | i \rangle \\ &= \sum_f B(F, i \xrightarrow{\beta} f) - \sum_f B(F, i \xrightarrow{\beta} f) = S_{\beta-}(F) - S_{\beta+}(F) = N - Z \end{aligned} \quad (5.5.1)$$

und für die Gamow-Teller-Übergänge erhalten wir

$$\langle i | [\sigma_{\tau_+}, \sigma_{\tau_-}] | i \rangle = \sum_f B(GT, i \xrightarrow{\beta^-} f) - \sum_f B(GT, i \xrightarrow{\beta^+} f) = S_{\beta_-}(GT) - S_{\beta_+}(GT) = 3(N-Z) \quad (5.5.2)$$

Um die 0^0 -Streuquerschnitte der (p,n) - bzw. $(^3\text{He},t)$ -Reaktionen, die nur S_{β_-} -Stärke messen, mit diesen Summenregeln in Beziehung zu setzen, müssen wir die S_{β_+} -Stärke kennen. Theoretisch könnte man sie in (n,p) -Reaktionen messen. Bisher existieren allerdings für Neutroneinschußenergien von 200 MeV keine veröffentlichten Streudaten. Eine andere Reaktion, die direkt S_{β_+} -Stärke mißt, ist die $(d,2p)$ -Reaktion⁴⁸⁾. 1985 wurden für diese Reaktion erstmals Spektren veröffentlicht, die am Laboratoire National Saturne gemessen wurden. Bisher konnte die totale S_{β_+} -Stärke allerdings nicht extrahiert werden.

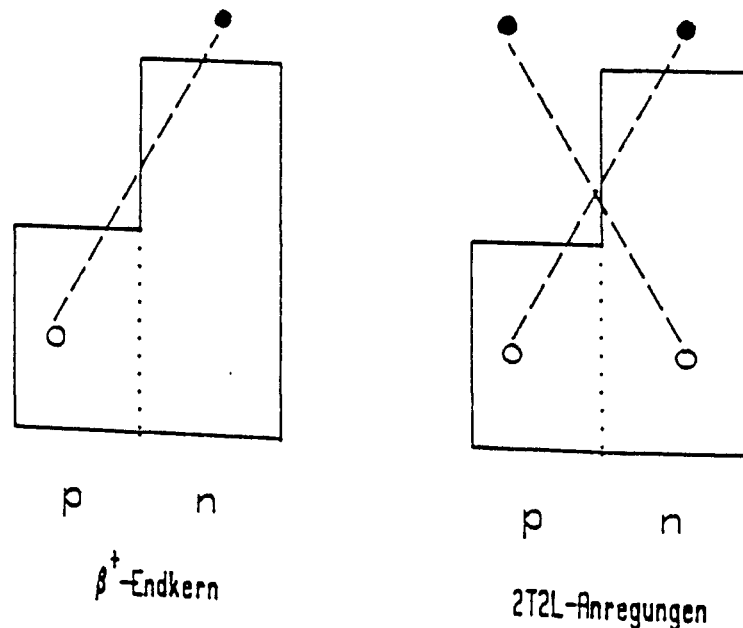


Abb. 9: $GT(\beta^+)$ Übergänge, die in einem Kern mit Neutronenüberschuß aufgrund von Grundzustandskorrelationen ermöglicht werden. Die 2T2L-Konfigurationen sind zu einem Zustand mit $J^\pi = 0^+$ gekoppelt.

Daher können die Summenregeln mit guter Genauigkeit nur in Targetkernen mit hohem Neutronenüberschuß untersucht werden, da wegen des "Pauli-blockings" die $S_{\beta+}$ -Stärke sehr klein ist. Wie in Abb. 9 dargestellt, können Grundzustandskorrelationen im Kern zu einer zusätzlichen $S_{\beta+}$ -Stärke führen.

In (p,n) -Ladungsaustauschreaktionen findet man nun⁹⁾, daß nur ein Zustand, nämlich die isobare Analogresonanz, die Fermiübergangsstärke $(N-Z)$ schon vollkommen ausschöpft, d.h. es gilt nach (5.5.1)

$$S_{\beta-}(F) \approx (N-Z) \quad (5.6.1)$$

Wegen

$$S_{\beta-}(GT) = 3(N-Z) + S_{\beta+}(GT) \quad (5.7.1)$$

ist die minimale Summenregelstärke für die GTR $3(N-Z)$. Experimentell findet man hingegen⁹⁾, daß in allen untersuchten Targetkernen etwa nur 50-60 % dieser minimalen Stärke ausgeschöpft werden. Die Massenzahlabhängigkeit der in (p,n) -Reaktionen beobachteten GT-Stärke ist in Abb. 10 dargestellt.

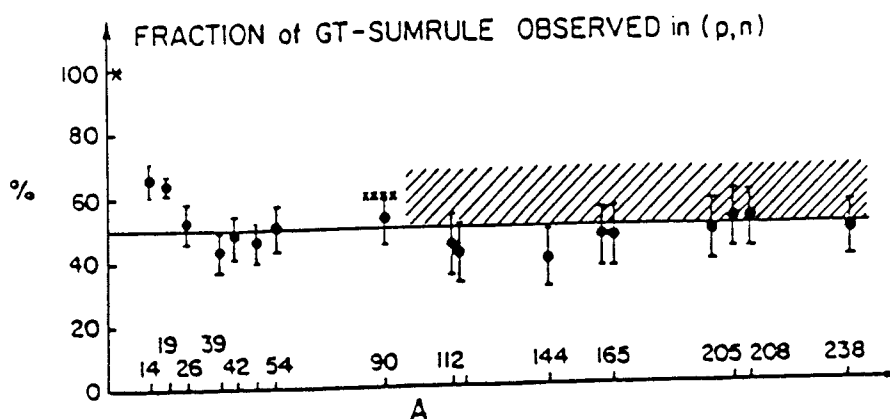


Abb. 10: Anteil der in (p,n) Experimenten beobachteten totalen GT-Summenregelstärke als Funktion der Massenzahl A. Bei den leichten Kernen ist die GT-Stärke häufig in einem einzigen energiescharfen Zustand konzentriert. Die schraffierte Fläche soll die Unsicherheit bei der Definition eines Untergrundes andeuten^{9,71)}.

Nun werden auch in der ($^3\text{He}, t$)-Reaktion sehr stark Zustände angeregt, die Gamow-Teller-Stärke tragen (s. Abb. 5). Deshalb ist auch diese Reaktion sehr gut geeignet, die Ausschöpfung der minimalen Summenregelstärke zu untersuchen.

Das Problem der "fehlenden" GT-Stärke hat in den letzten Jahren viele Kernphysiker beschäftigt. Einige Autoren²⁰⁻³⁴⁾ führen dieses sog. "Quenching" auf die Anregung innerer Freiheitsgrade des Nukleons zurück. Die Summenregeln (5.5.1) und (5.5.2) gelten nur für Nukleonen, die keine Substruktur besitzen. Beschreibt man die Nukleonen aber mit Quarkfreiheitsgraden, so kann das probe (z.B. p- oder ^3He -)Feld den Spin und Isospin eines einzelnen Quarks umklappen. Dadurch können dann die Quarks der Nukleonen zu einem Δ -Isobar-Zustand mit den Spin-Isospin-Quantenzahlen $S=T=3/2$ koppeln. Die Beimischung von Δ -Teilchen-Nukleonloch- (ΔN^{-1}) --Zuständen kann im Prinzip sehr stark sein, da alle Nukleonen im Kern an diesem Übergang teilnehmen können. Bei der "normalen" GTR können hingegen wegen des Pauli-Prinzips nur die Überschußneutronen

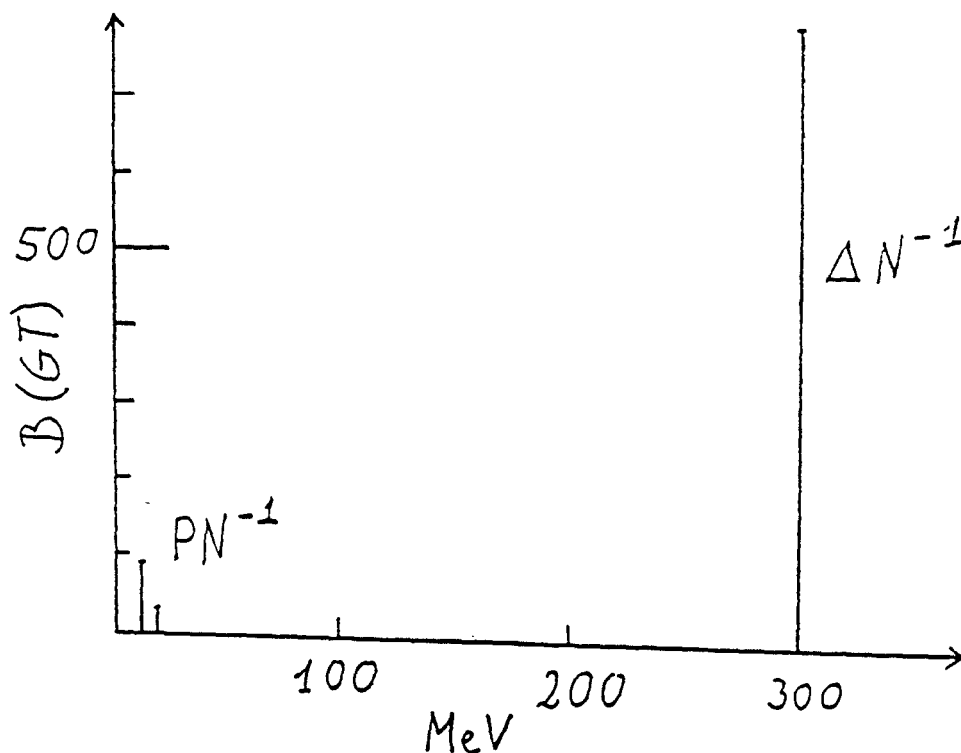


Abb. 11: GT-Stärkeverteilung für ^{208}Pb unter Einschluß der (ΔN^{-1}) -Anregungen.

teilnehmen. Durch die Beimischung dieser ΔN^{-1} -Zustände wird GT-Stärke in den Δ -Anregungsbereich bei $E_x = 300$ MeV verschoben (s. Abb. 11).

Daß Δ 's im Kern stark angeregt werden können, ist durch hochenergetische Protonenstreuung bei einer Einschußenergie von $E = 800$ MeV ⁶⁶⁾ und vor allem durch hochenergetische ^3He -Streuung an verschiedenen Targetkernen bei einer Einschußenergie von $E = 2$ GeV ⁴⁶⁾ am Saturne Cyclotron in Saclay gezeigt worden.

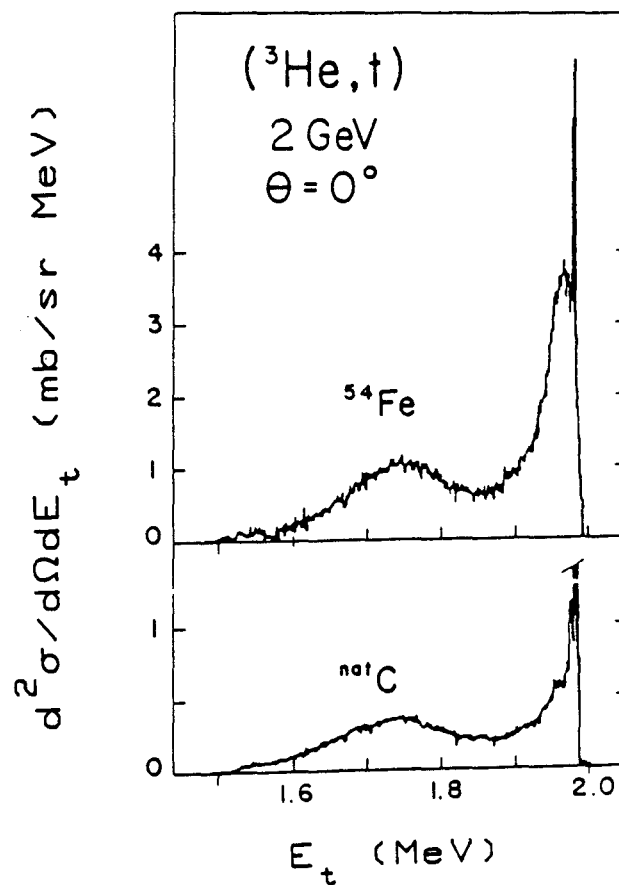


Abb. 12: Tritonspektrum für die Reaktionen $^{12}\text{C}(^3\text{He}, t)^{12}\text{N}$ und $^{54}\text{Fe}(^3\text{He}, t)^{54}\text{Co}$ bei einer Einschußenergie $E = 2$ GeV^{46,66)}.

Abb. 12 zeigt den doppeltdifferentiellen Wirkungsquerschnitt als Funktion der kinetischen Energie E_t des Tritons.

Beide 0° -Spektren zeigen im Δ -Anregungsbereich bei 300 MeV eine etwa 120 MeV breite Resonanzstruktur.

Eine zweite Erklärung für das Fehlen der GT-Stärke ist von Bertsch und Hamamoto³⁹⁾ gegeben worden. Sie zeigen, daß durch die Ankopplung von energetisch hochliegenden 2T2L-Zuständen an die GT-1T1L-Zustände bis zu 50 % der GT-Stärke in den Anregungsenergiebereich oberhalb der GTR verschoben wird. Um Aussagen über GT-Stärke in diesem Energiebereich zu machen, muß der Hochenergiebereich des Anregungsspektrums mit hoher Genauigkeit gemessen werden können. Während in (p,n)-Reaktionen diese Genauigkeit wegen des ungeladenen Neutrons im Ausgangskanal nur schwer zu erzielen ist, ermöglicht die $(^3\text{He},t)$ -Reaktion wegen des geladenen Tritons im Ausgangskanal eine relativ hohe Genauigkeit.

Der Abfall des 0^0 -(p,n)-Streuquerschnitts in Abb. 5 zu höheren Anregungsenergien hin deutet einerseits auf die direkte Natur des Streuprozesses hin, andererseits läßt sich daraus auf die nur schwache Anregung der höheren Multipolaritäten schließen. Die magnetische Dipol- $L=1$ -Resonanz liegt energetisch etwa 10 MeV oberhalb der GTR ($E_{\text{GTR}} = 8.7 \text{ MeV}$ in ^{90}Zr) und hat eine Breite von etwa 15 MeV. Sie kann als Summe der kollektiven $1h\omega$ -Zustände mit Spin-Parität $J^\pi = 0^-, 1^-$ und 2^- interpretiert werden.

Die Winkelverteilung hat eine typische $L=1$ -Form, die erst bei höheren Streuwinkeln $\theta > 0^\circ$ ihr Maximum hat. Es handelt sich also bei dieser Resonanz um eine kollektive Spin-Isospin-Schwingung, bei der die beteiligten Targetnukleonen auch ihre Ortswellenfunktionen ändern und dabei einen Bahndrehimpuls $L=1$ aus der Relativbewegung von Projektil und Target übernehmen.

Die $L=2$ -Quadrupolresonanz erscheint bei etwa 30-40 MeV und ist noch breiter als die Dipolresonanz. Sie wird als Einhüllende der kollektiven $2h\omega$ -Zustände mit $J^\pi = 1^+, 2^+$ und 3^+ interpretiert. Sie ist eine kollektive Spin-Isospin-Schwingung, bei der auf die Targetnukleonen ein Bahndrehimpuls $L=2$ übertragen wird. Das Maximum der Winkelverteilung finden wir bei noch größeren Streuwinkeln als bei der Dipolresonanz.

Da die genaue experimentelle Bestimmung der energetischen Lage und der Anregungsstärke dieser Resonanzen für eine quantitative Aussage über das Quenching sehr wichtig ist, wäre es wünschenswert, eine Probe zur Verfügung zu haben, die diese Multipolaritäten auch im 0^0 -Spektrum stärker anregt als die p-Probe.

Der 0^0 -Streuquerschnitt der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion (Abb. 5) zeigt nun eine sehr starke Struktur im Energiebereich $15 \text{ MeV} < E_x < 35 \text{ MeV}$. Diese Struktur wird als Einhüllende der L=1- und L=2-Resonanz interpretiert^{46,48}). Wir wollen dies weiter unten näher untersuchen. Vielleicht ist die $(^3\text{He},t)$ -Reaktion wegen der starken Anregung dieser Multipolaritäten gut geeignet, Aussagen über GT-Stärke oberhalb der GTR zu gewinnen.

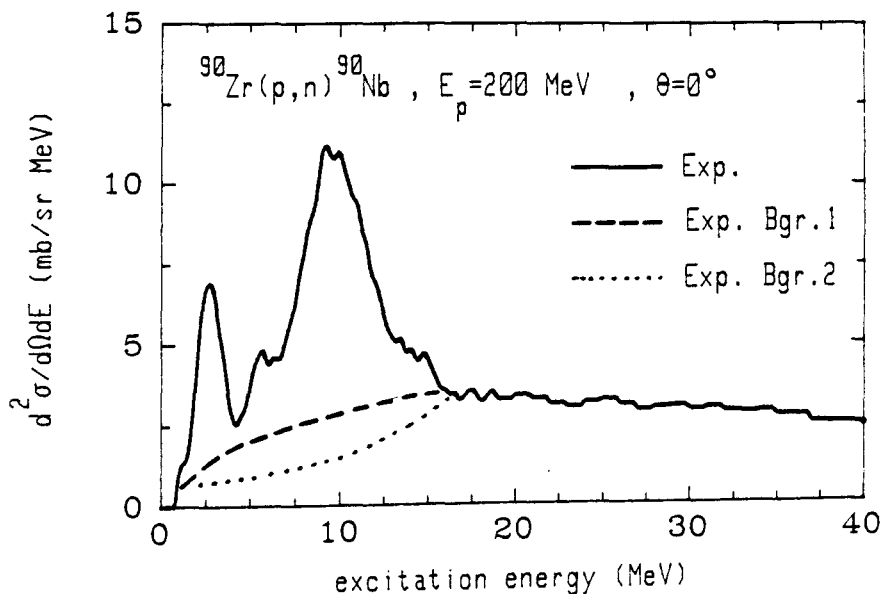


Abb. 13: Zwei verschiedene Untergrunddefinitionen im 0^0 -Spektrum der Reaktion $^{90}\text{Zr}(p,n)^{90}\text{Nb}$ 5).

Ein generelles Problem bei der Extraktion von GT-Stärke ist die Unsicherheit in der experimentellen Definition des Untergrundes. In Abb. 13 ist dies am Beispiel der (p,n)-Reaktion veranschaulicht.

Gewöhnlich wird der experimentelle Untergrund ("background") so definiert, wie er durch die gestrichelte Kurve (Exp. Bgr. 1) dargestellt wird. Die Abbildung illustriert, wie die extrahierte GT-Stärke von der Festlegung des Untergrundes abhängt. Eine Untergrundsubtraktion, wie sie mit der gepunkteten Kurve (Exp. Bgr. 2) angedeutet ist, würde die extrahierte GT-Stärke im Energieintervall $0 < E_x < 15 \text{ MeV}$ erhöhen. Damit würde aber auch das Verhältnis von experimentell gefundener GT-Stärke und der minimalen Summenregelstärke anwachsen, d.h. das Quenching würde kleiner.

In der Tat zeigen mikroskopische Rechnungen⁴⁰⁻⁴⁵⁾ für die Reaktion $^{90}\text{Zr}(p,n)^{90}\text{Nb}$, daß unterhalb der GTR nahezu kein Untergrund ist.

5.2 Die höheren Streuwinkel $\theta > 0^\circ$

In Abb. 5 sind die Streuquerschnitte beider Reaktionen auch für höhere Streuwinkel dargestellt. Um mögliche Unterschiede beider Reaktionen zu studieren, müssen wir die Spektren bei gleichem Impulsübertrag vergleichen. Deshalb stellen wir die (p,n)-Spektren für 0° , 7° und 12.8° den $(^3\text{He},t)$ -Spektren bei 0° , 2.5° und 4.3° gegenüber.

Die sich entsprechenden Spektren zeigen eine sehr ähnliche Struktur. Ein wesentlicher Unterschied ist allerdings, daß in der (p,n)-Reaktion der 7° -Wirkungsquerschnitt im Anregungsenergiebereich $20 \text{ MeV} < E_x < 35 \text{ MeV}$ relativ zum 0° -Wirkungsquerschnitt stark erhöht ist, während die $(^3\text{He},t)$ -Wirkungsquerschnitte für 2.5° und 0° in diesem Energiebereich etwa gleich groß sind.

Im folgenden wollen wir die Spektren der (p,n)- und $(^3\text{He},t)$ -Reaktion in die verschiedenen Multipole zerlegen und die Stärkeverteilung der

$\Delta L=0$ -, $\Delta L=1$ - und $\Delta L=2$ -Spin-Isospin-Moden untersuchen. Diese Zerlegung ist natürlich vom zugrundeliegenden Kernstrukturmodell abhängig. Da nun aber, wie wir beweisen werden, die Proton- und ^3He -Proben diese Multipolaritäten unterschiedlich stark anregen, können wir durch direkten Vergleich der Spektren das Kernstrukturmodell testen. Wir zeigen dabei, daß wir beide Spektren bis zu einer Anregungsenergie $E_x = 40$ MeV gut durch Spin-Isospin-Anregungen vom Ein-
teilchen-Einloch(1T1L)-Typ beschreiben können. Da wir zudem das gesamte Spektrum bis zu dieser Anregungsenergie berechnen, erhalten wir auch Informationen über den Teil des Spektrums, der üblicherweise zum Untergrund gezählt wird.

Wir beweisen dann, daß die breite Struktur zwischen 20 MeV und 35 MeV im Nullgradspektrum der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion auf die starke Anregung der $2h\omega$ -Moden zurückzuführen ist.

Der Vergleich der Wirkungsquerschnitte beider Reaktionen für verschiedene Streuwinkel erlaubt es uns, Aussagen über GT-Stärke in diesem Anregungsenergiebereich zu machen und so die Frage zu untersuchen, ob die GT-Stärke im Niederenergiebereich durch (ΔN^{-1}) - oder 2T2L-Konfigurations-Mischungen in die 1T1L-GT-Zustände unterdrückt ist.

5.3 Modell zur mikroskopischen Analyse der (p,n) - und $(^3\text{He},t)$ -Reaktion

Für beide Reaktionen machen wir bei der Einschußenergie von 200 MeV pro Nukleon die Annahme, daß sie unter Vorwärtswinkeln in Einstufenprozessen ablaufen. Diese Annahme wird durch den relativ starken Abfall der Wirkungsquerschnitte zu höheren Energien hin gerechtfertigt. Wegen der mit zunehmender Anregungsenergie exponentiell ansteigenden 2T2L-Dichte würden sich nämlich Mehrstufen-

prozesse in einem Anstieg des Wirkungsquerschnittes zu höheren Energien hin auswirken. In der Tat zeigen Rechnungen von Chiang und Hüfner⁶⁷⁾ sowie von Bertsch und Scholten⁶⁸⁾ für die hochenergetische (p,p') -Streuung, daß in den Spektren für Vorwärtswinkel Mehrstufenprozesse unterdrückt sind.

Für die Projektilnukleon-Targetnukleon-Wechselwirkung (PTWW) machen wir die Impulsnäherung, d.h. wir approximieren die PTWW durch die freie NN-t-Matrix von Love und Franey¹⁸⁾. Diese Näherung ist in der Nukleon-Kernstreuung bereits ab einer Einschußenergie $E = 100$ MeV gut. Aus der Energieabhängigkeit der t-Matrix folgt, daß das Verhältnis der Wechselwirkungen im Spin-Isospinkanal $V_{\sigma\tau}$ und im Isospinkanal V_{τ} bei einer Einschußenergie von 200 MeV pro Nukleon bereits $|V_{\sigma\tau}/V_{\tau}|^2 \approx 10$ ist. Damit sind die Nicht-Spinflip-Streuquerschnitte um diesen Faktor unterdrückt. Mit Ausnahme der isobaren Analogresonanz vernachlässigen wir daher alle Nicht-Spinflip-Übergänge.

Mit diesem Modell nehmen wir also an, daß für kleine Streuwinkel sowohl die Spektren der $(^3\text{He},t)$ - als auch die der (p,n) -Reaktion eine lineare Spin-Iso-spin-Antwort ("linear $\sigma\tau$ -response") des Targetkerns sind.

In unseren Rechnungen berücksichtigen wir alle $(0h\omega-2h\omega)$ -Spinflip-Zustände mit Spin-Parität $J^{\pi} = 0^{-}, 1^{+}, 1^{-}, 2^{+}, 2^{-}, 3^{+}, 3^{-}$ and 4^{-} .

5.4 Die Kernstruktur

Um die Formfaktoren (2.35) und (2.42) zu berechnen, müssen wir die Targetübergangsdichte kennen. Die Kernwellenfunktionen beschreiben wir in unseren Rechnungen im Rahmen der "Random Phase Approximation" (RPA). Um die Kernstrukturmodellabhängigkeit unserer Ergebnisse zu testen, führen wir für die (p,n) -

Reaktion zunächst Rechnungen im Rahmen des "Independent Particle"-Modells (IPM) durch^{42,43}).

Im IPM nimmt man an, daß sich die Targetnukleonen unabhängig voneinander in einem mittleren Kernpotential bewegen. Anregungen des Kerns werden in diesem Modell dann als ungestörte gebundene oder ungebundene Teilchen-Loch-Anregungen der Nukleonen beschrieben. Die Teilchen- und Lochwellenfunktionen sind dabei zu einem Zustand mit Spin-Parität J^π gekoppelt. So werden z.B. in der GTR Neutronloch- und Protonteilchenwellenfunktionen zu einem Zustand mit $J^\pi = 1^+$ gekoppelt (s. Abb. 6).

Die Einteilchenwellenfunktionen der Nukleonen werden von einem Woods-Saxon-Potential erzeugt, daß so gewählt ist, daß die experimentell bekannten Einteilchenenergien wiedergegeben werden.

In der RPA wird die TL-Restwechselwirkung zwischen den Nukleonen berücksichtigt. Diagonalisiert man diese Restwechselwirkung im Raum der ungestörten 1T1L-Zustände, so entstehen Zustände, die einer kohärenten Überlagerung von 1T1L-Anregungen entsprechen. Genauer erhalten wir in zweiter Quantisierung für einen angeregten Zustand $\psi_B = |f\rangle$

$$|f\rangle = \sum_{k,\ell} \{X_{k\ell}^f a_k^+ a_\ell + Y_{k\ell}^f a_\ell^+ a_k\} |0\rangle$$

wobei $|0\rangle$ den Grundzustand bezeichnet und a_k^+ bzw. a_ℓ Erzeugungs- bzw. Vernichtungsoperatoren für Nukleonen sind, die sich in Zuständen $|k\rangle$ bzw. $|\ell\rangle$ befinden.

Die Koeffizienten $X_{k\ell}^f$ und $Y_{k\ell}^f$ sind die "Vorwärts"- bzw. "Rückwärts"-TL-Amplituden, die wir durch Lösung der RPA-Gleichung

$$\begin{pmatrix} A-E & B \\ B^* & A^*+E \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X \\ Y \end{pmatrix} = 0$$

erhalten.

Die Matrixelemente A und B in erhalten wir aus den Gleichungen

$$A_{mi,nj} = (\epsilon_m - \epsilon_i) \delta_{m,n} \delta_{i,j} + \langle m_i^{-1} | F^{ph} | n_j^{-1} \rangle$$

und

$$B_{mi,nj} = \langle m_i^{-1} | F^{ph} | j_n^{-1} \rangle$$

Dabei sind ϵ_m und ϵ_i die Schalenmodell-Einteilchenenergien und F^{ph} ist die TL-Restwechselwirkung.

Um die RPA-Wellenfunktionen zu erzeugen, wählen wir eine realistische TL-Restwechselwirkung, die die Pion- und Rho-Meson-Austauschpotentiale im Spin-Isospin-Kanal explizit einschließt⁶⁹⁾. Die Effekte anderer Mesonen werden durch eine Zweinukleonkorrelationsfunktion g und eine zusätzliche Nullreichweitekraft simuliert⁶⁹⁾. Im Impulsraum ist die TL-Restwechselwirkung F^{ph} dann gegeben durch⁴⁴⁾

$$F^{ph}(q) = (2\pi)^{-3} \int d^3k \, g(k-q) [V_\pi(k) + V_\rho(k)] + \delta g'_0 C_0 \vec{\sigma}_1 \cdot \vec{\sigma}_2 \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2$$

wobei die Korrelationsfunktion g durch

$$g(q) = (2\pi)^3 \delta(q) - (2\pi^2 q_c^{-2}) \delta(q - q_c), \quad q_c = 3.93 \text{ fm}^{-1}$$

und die Pion- und Rho-Austauschpotentiale durch

$$V_{\pi}(q) = - f_{\pi}^2 m_{\pi}^{-2} [(\Lambda_{\pi}^2 - m_{\pi}^2)(\Lambda_{\pi}^2 + q^2)^{-1}]^2 [\vec{\sigma}_1 \cdot \vec{q} \vec{\sigma}_2 \cdot \vec{q} (m_{\pi}^2 + q^2)^{-1}] \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2$$

bzw.

$$V_{\rho}(q) = - f_{\rho}^2 m_{\rho}^{-2} [(\Lambda_{\rho}^2 - m_{\rho}^2)(\Lambda_{\rho}^2 + q^2)^{-1}]^2 [\vec{\sigma}_1 \times \vec{q} \vec{\sigma}_2 \times \vec{q} (m_{\rho}^2 - q^2)^{-1}] \vec{\tau}_1 \cdot \vec{\tau}_2$$

gegeben sind. Die Konstanten sind hierbei

$$\begin{aligned} f_{\pi}^2 &= 0.081, & m_{\pi} &= 0.699 \text{ fm}^{-1}, & \Lambda_{\pi} &= 6 \text{ fm}^{-1} \\ f_{\rho}^2 &= 4.86, & m_{\rho} &= 3.9 \text{ fm}^{-1}, & \Lambda_{\rho} &= 10 \text{ fm}^{-1} \\ C_0 &= 302 \text{ MeV} \cdot \text{fm}^3, & \delta g'_0 &= 0.35 \end{aligned}$$

Im Vergleich zum IPM erhalten wir in der RPA eine Stärkeverteilung, die die Kollektivität der Zustände besser beschreibt.

Analysieren wir das gesamte Spektrum, so schauen wir im wesentlichen auf die integrierte (Gesamt-)Stärke. Die integrierte Stärke sollte für Zustände, bei denen Grundzustandskorrelationen nur eine geringe Rolle spielen, aber in beiden Modellen etwa gleich sein. Dies ist für die GTR der Fall. Bei den $1\hbar\omega$ - und $2\hbar\omega$ -Moden hingegen reduzieren die Grundzustandskorrelationen die Stärke. Wenn wir also die (p,n)-Spektren bis hin zu hohen Anregungsenergien berechnen, so sollten z.B. Aussagen über die GT-Stärkeverteilung nahezu modellunabhängig sein.

VI. Diskussion und Ergebnisse

Bevor wir die Spektren beider Reaktionen berechnen, wollen wir uns mit einigen spezifischen Fragen des Reaktionsmechanismus der $(^3\text{He}, t)$ -Reaktion beschäftigen.

6.1 Das optische Potential und die Absorption

Wie bereits in Kap. 4.2 erwähnt, besteht ein wesentliches Problem der Reaktionsrechnungen in der Bestimmung des optischen Potentials. Für die (p, n) -Reaktion ist der Parametersatz für das optische Potential aus der elastischen $^{90}\text{Zr}(p, p)$ -Streuung bekannt. In unseren Rechnungen verwenden wir den globalen Satz von Nadasen u.a.⁶³⁾.

Hingegen existieren für die elastische $^{90}\text{Zr}(^3\text{He}, ^3\text{He})$ -Reaktion bei einer Einschußenergie von 600 MeV bisher keine Streudaten, so daß bei diesen Energien kein optisches Potential zur Verfügung steht. Wie bereits in Kap. 4.2 erläutert, konstruieren wir deshalb ein optisches Potential durch Einfachfaltung des optischen Proton-Kern-Potentials für 200 MeV⁶³⁾ mit der Projektilgrundzustandsdichte. Es ist aber keineswegs gesichert, daß wir mit diesem optischen Potential die Absorption des ^3He -Projektils richtig beschreiben. Wir wollen deshalb zunächst die Abhängigkeit der Reaktion von der Breite und Tiefe dieses Potentials untersuchen.

Abb. 14 zeigt diese Abhängigkeit für die Streuquerschnitte zu den kollektiven Zuständen mit Spin-Parität $J^\pi = 1^+$ (GTR) ($E_x = 8.7$ MeV) und $J^\pi = 1^-$ ($E_x = 21.1$ MeV). Um die Abhängigkeit von der Potentialtiefe zu studieren, multiplizieren

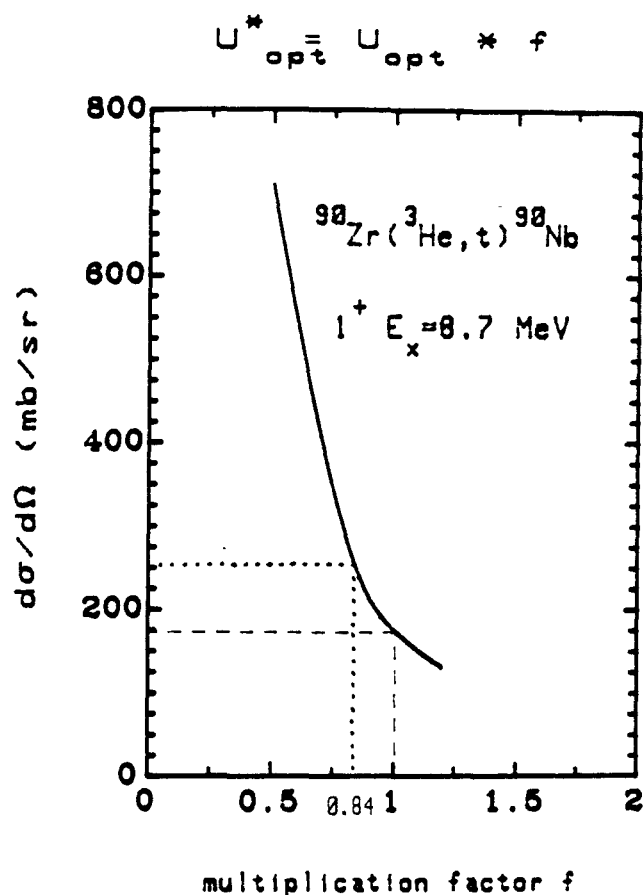


Abb. 14a: Abhängigkeit der Streuquerschnitte zu den Zuständen mit Spin-Parität $J^\pi = 1^+$ von der Tiefe des optischen Potentials.

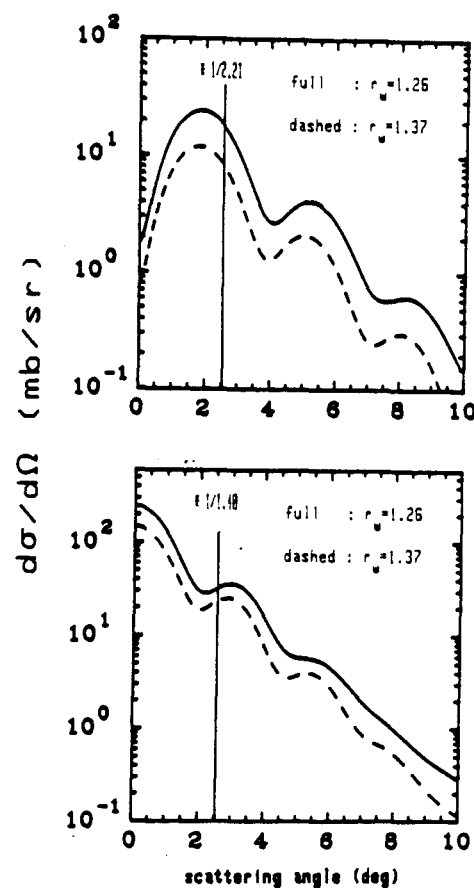


Abb. 14b: Abhängigkeit der Streuquerschnitte zu den Zuständen mit Spin-Parität $J^\pi = 1^+$ und 1^- von der Reichweite r_w des Imaginärteils des optischen Potentials.

wir das optische Potential mit einem Multiplikationsfaktor f und untersuchen den Nullgradstreuquerschnitt für die GTR als Funktion von f (Fig. a). Der Wirkungsquerschnitt für $f=1$ entspricht also dem oben konstruierten optischen Potential (gestrichelte Linie). Die gepunktete Linie zeigt, daß schon eine Reduktion der Tiefe des Potentials um 16 % einer Zunahme des Nullgradstreuquerschnitts um etwa 50 % entspricht.

In Abb. 14b sind die Winkelverteilungen der Zustände mit $J^\pi = 1^-$ (oberes Bild) und $J^\pi = 1^+$ (unteres Bild) für zwei verschiedene Reichweiten r_w des Imaginärteils des optischen Potentials dargestellt ($f=1$). Die entsprechenden Streu-

querschnitte unterscheiden sich von denen in Abb. 14a nur durch eine Normierungskonstante $N = 1.5$ (s. Kap. 6.7). Die Reichweite $r_w = 1.26$ fm entspricht dabei der Reichweite des Proton-Kern-Potentials in der Parametrisierung von Nadasen. Vergrößern wir die Reichweite ($r_w = 1.37$ fm), so führt dies zu einer Reduktion der Streuquerschnitte, die zustandsabhängig ist. Diese Zustandsabhängigkeit spielt für das Nullgradspektrum keine große Rolle, da es ohnehin von der GTR dominiert wird. Bei einem Winkel $\theta = 2.5^\circ$ hingegen sind beide Streuquerschnitte von der gleichen Größenordnung. Während bei diesem Streuwinkel der Wirkungsquerschnitt für den Zustand $J^\pi = 1^-$ um einen Faktor $N_R = 2.21$ reduziert wird, ist die Reduktion des Streuquerschnitts der GTR etwa 50 % schwächer ($N_R = 1.4$).

Diese Untersuchungen zeigen die Unsicherheit in der Winkelverteilung der einzelnen Zustände bei unserer Wahl des optischen Potentials.

In allen weiteren Rechnungen⁷¹⁾ benutzen wir nun das oben konstruierte optische Potential ($f = 1$, $r_w = 1.26$).

Um die im Vergleich zur Proton-Streuung stärkere Absorption des ^3He -Projektils zu veranschaulichen, untersuchen wir im folgenden den direkten Streuquerschnitt des $2h\nu-1^+$ -Zustands (Anregungsenergie $E_x = 29.8$ MeV). Die radiale RPA-Übergangsdichte dieses Zustands ist in Abb. 15, Fig. a, dargestellt. Sie ist im Kerninnern sehr groß und hat einen Knoten bei etwa 4.2 fm.

Wir schneiden nun aus dem direkten Formfaktor den inneren Teil bis 2 fm bzw. 4 fm heraus (cut-off 2 fm oder 4 fm) und untersuchen in Abhängigkeit dieses "cut-off" den direkten differentiellen Wirkungsquerschnitt. Während sich der Streuquerschnitt für die $(^3\text{He}, t)$ -Reaktion (Abb. 15c) bei einem "cut-off" von 4 fm im Vergleich zur exakten Rechnung (kein "cut-off") nur geringfügig ändert,

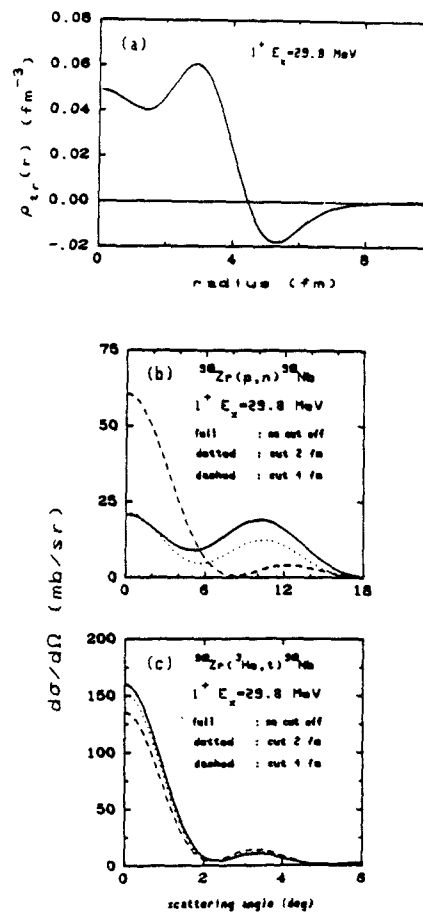


Abb. 15: Fig. a zeigt die RPA-Übergangsdichte des $2h\omega$ - 1^+ -Zustandes bei 29.8 MeV. Fig. b und c zeigen die direkten differentiellen Wirkungsquerschnitte der (p,n) und (^3He ,t)-Reaktion bei verschiedenen Abschneideradien des direkten Formfaktors.

finden wir für die (p,n)-Reaktion (Abb. 15b) einen drastischen Anstieg des direkten Nullgradstreuquerschnitts. Dieses zeigt, daß das ^3He -Projektil auf die inneren 4 fm nicht sensitiv und damit die (^3He ,t)-Reaktion eine reine Oberflächenreaktion ist. Hingegen ist für das Proton der Kern viel transparenter. Erst bei einem "cut-off" von 2 fm wird der 0° -Streuquerschnitt insensitiv. Das bedeutet, daß sich in der Proton-Kernstreuung Beiträge des Kerninnern und des Kernäußeren gegenseitig aufheben können, so daß im Vergleich zur (^3He ,t)-Streuung der Streuquerschnitt für die (p,n)-Reaktion erheblich kleiner ist.

6.2 Zentral- und Tensorkräfte in der ($^3\text{He},t$)-Reaktion

Um die Sensitivität der ($^3\text{He},t$)-Reaktion auf die Tensorkraft zu untersuchen, berechnen wir für die Spin-Paritäts-Zustände $J^\pi = 0^-$ ($E_x = 27.9$ MeV) und $J^\pi = 1^-$ ($E_x = 21.19$ MeV) die differentiellen Wirkungsquerschnitte als Funktion des Impulsübertrages q . Wir vergleichen dann diese Streuquerschnitte mit den Wirkungsquerschnitten, die sich durch Abschalten der Zentral (C)- bzw. Tensorkraft (T) ergeben. Das Ergebnis ist in Abb. 16 dargestellt.

Wir sehen, daß die Wirkungsquerschnitte für die Zentral- und Tensorkraft in Vorwärtsrichtung (minimales q) etwa gleich groß sind, für größere Impulsüberträge aber eine sehr unterschiedliche Impulsabhängigkeit haben. Aus dem Vergleich des Streuquerschnitts für die Zentralkraft (gestrichelte Kurve) mit dem für die vollständige Kraft (durchgezogene Kurve) können wir schließen, daß wir die Tensorkraft in unseren Rechnungen nicht vernachlässigen dürfen. Die gepunktete Kurve zeigt den Wirkungsquerschnitt bei Vernachlässigung der Tensor-Austauschkraft. Diese Vernachlässigung führt beim 0^- -Zustand in Vorwärtsrichtung gegenüber dem exakten 0^0 -Streuquerschnitt zu einem Anstieg um etwa 80 %. Bei größeren Impulsüberträgen stimmen hingegen die Wirkungsquerschnitte bis auf die Minima relativ gut überein. Die Analyse für den 1^- -Zustand liefert ein ähnliches Ergebnis.

Diese Studien zeigen die Wichtigkeit der Tensor-Austauschkraft für die 0^0 -Streuquerschnitte bestimmter Zustände.

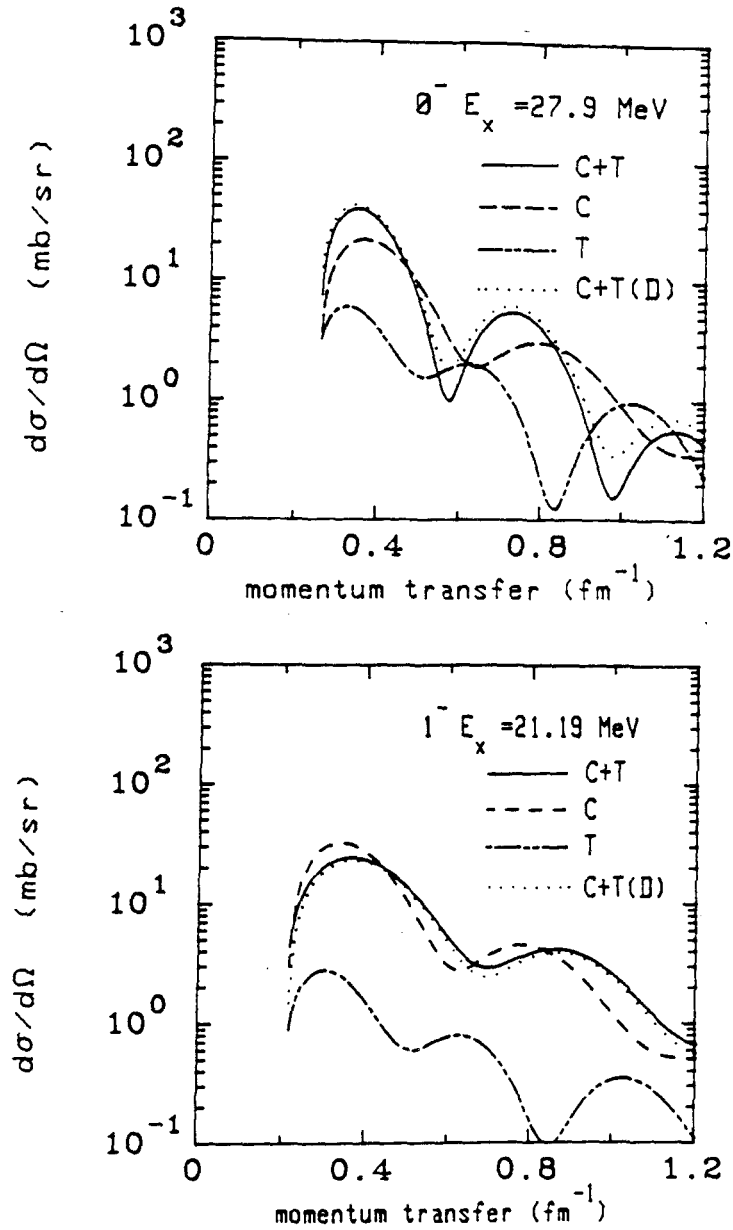


Abb. 16: Differentielle Streuquerschnitte zu den Spin-Paritäts-Zuständen $J^\pi = 0^-$ und $J^\pi = 1^-$, die mit verschiedenen Kräften berechnet wurden. Die Zentral- und Tensorkräfte sind mit C bzw. T bezeichnet. (C+T) bedeutet die volle Kraft (Zentral + Tensor). T(D) bezeichnet die direkte Tensorkraft, d.h. die Tensor-Austauschkraft wird vernachlässigt.

6.3 Die No-Recoil-Näherung für die ($^3\text{He},t$)-Reaktion

Um die Güte der No-Recoil-Näherung^{2,60)} (s. Kap. 2.4) zu untersuchen, berechnen wir in dieser Näherung (NR) für die Spin-Paritäts-Zustände $J^\pi = 0^-, 1^+$ (GTR) und 1^- die differentiellen Wirkungsquerschnitte und vergleichen sie mit den exakt berechneten (EFR, "exact finite range") Streuquerschnitten. In Abb. 17 und 18 sind die Streuquerschnitte als Funktion des Impulsübertrags aufgetragen.

Wir sehen, daß die No-Recoil-Rechnungen im allgemeinen den exakten Wirkungsquerschnitt überschätzen. Da der direkte Wirkungsquerschnitt und der Austausch-Wirkungsquerschnitt destruktiv interferieren, bedeutet dies, daß der Austausch-Streuquerschnitt in der exakten Rechnung größer ist. Der Grund hierfür ist, daß in der exakten Rechnung ein durch den Austausch der Nukleonen bedingter zusätzlicher Impulsübertrag stattfindet. Daher werden die hohen Impulskomponenten der Austauschkorrelationen stärker gewichtet. Die Austauschkorrelationen sind aber im allgemeinen kurzreichweitig ("short range correlations") und enthalten daher sehr hohe Impulskomponenten, so daß der exakte Wirkungsquerschnitt größer ist.

Um den Einfluß der Tensor-Austauschkraft auf die Güte der NR-Näherung zu studieren, haben wir die Tensor-Austauschkraft in den EFR- und NR-Rechnungen für die Zustände $J^\pi = 0^-$ und 1^- vernachlässigt. Abb. 19 zeigt, daß der generelle Trend des Überschätzens bleibt. Nur in Vorwärtsrichtung stimmen die EFR- und NR-Rechnungen besser überein.

Im folgenden wollen wir für einige kollektive RPA-Zustände die Wirkungsquerschnitte der (p,n) - und $(^3\text{He},t)$ -Reaktion vergleichen.

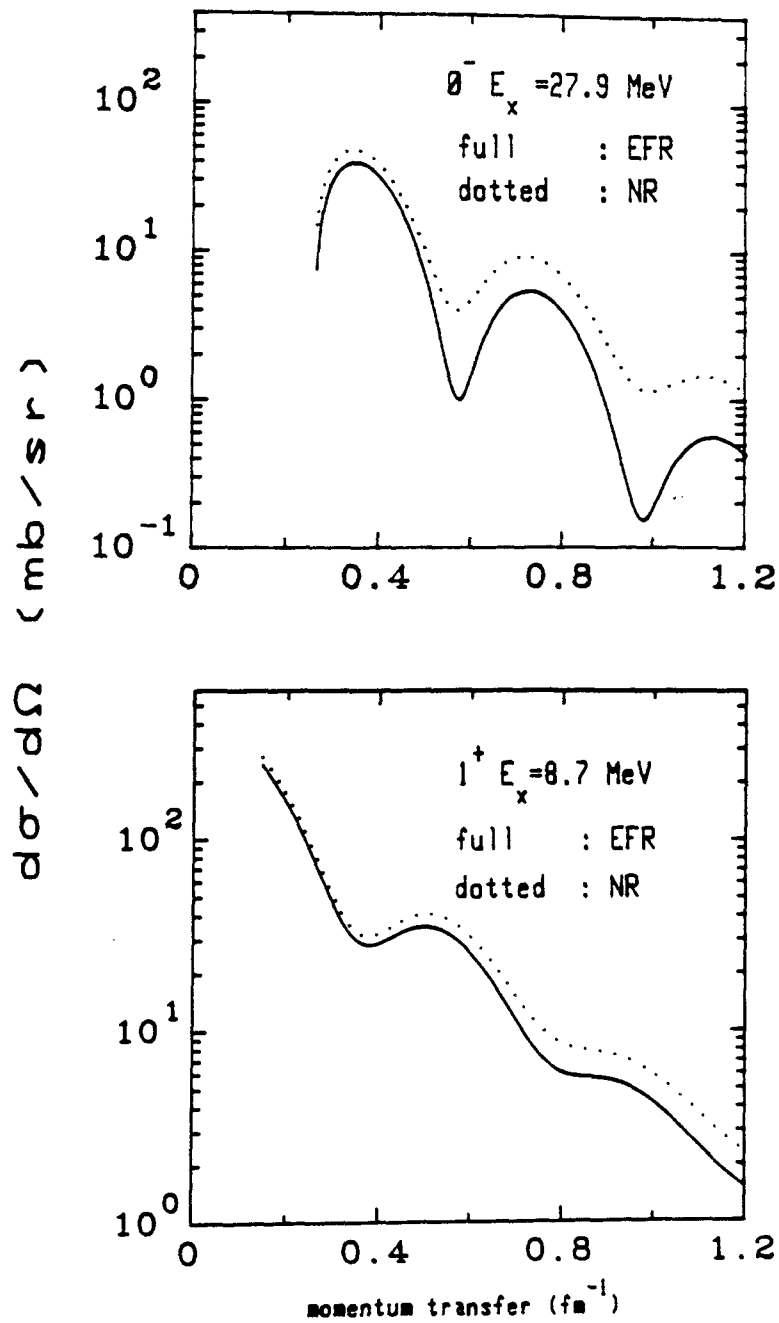


Abb. 17: $(^3\text{He}, t)$ -Streuquerschnitte für die Zustände $J^\pi = 0^-$ ($E_x = 27.9 \text{ MeV}$, $J^\pi = 1^+$ ($E_x = 8.7 \text{ MeV}$). EFR bezeichnet die exakt berechneten Streuquerschnitte und NR die in der No-Recoil-Näherung berechneten.

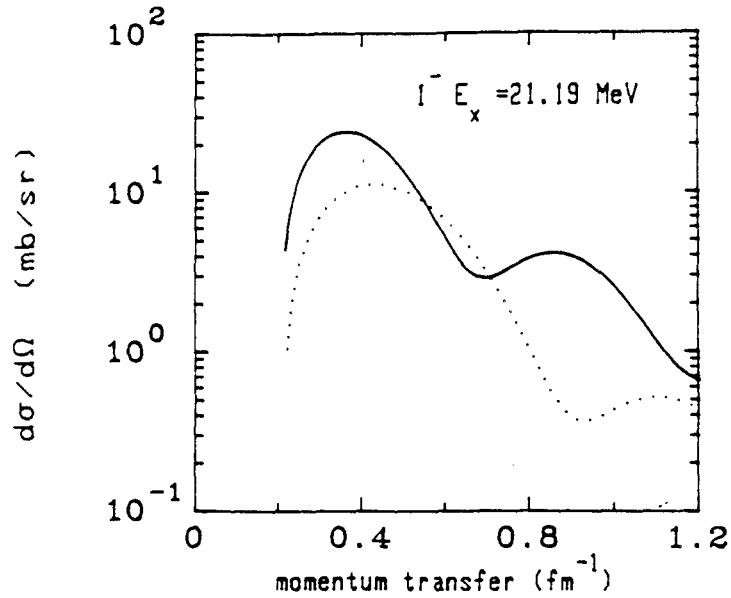


Abb. 18: (${}^3\text{He}, t$)-Streuquerschnitte für die Zustände $J^\pi = 1^-$ ($E_x = 21.19$ MeV). EFR bezeichnet die exakt berechneten Streuquerschnitte und NR die in der No-Recoil-Näherung berechneten.

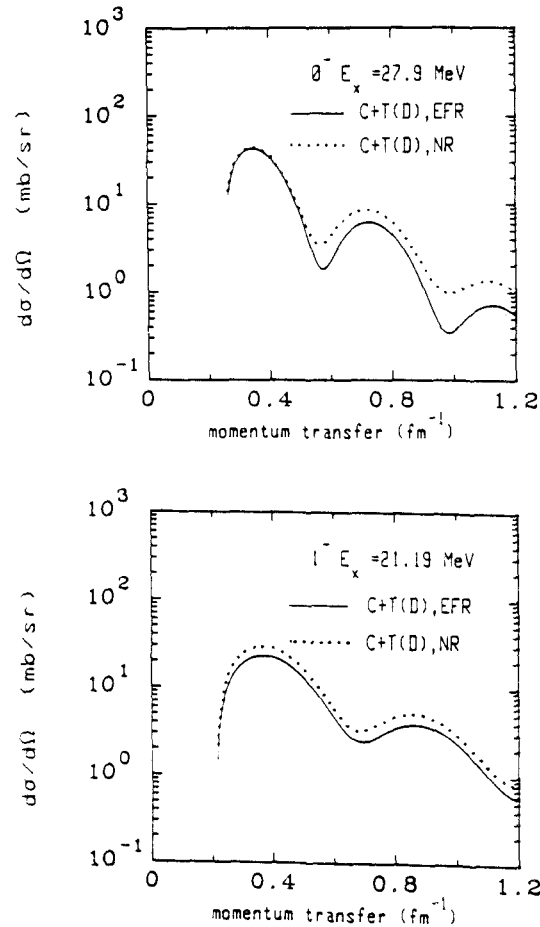


Abb. 19: Streuquerschnitte für die Zustände $J = 0^-$ und 1^- in der exakten (EFR) und in der No-Recoil (NR)-Näherung unter Vernachlässigung der Tensor-Austauschkraft.

6.4 Die Anregung der einzelnen Multipole in der ($^3\text{He},t$)- und (p,n)-Reaktion

Da die 0^0 -Spektren in beiden Reaktionen von der GTR dominiert werden, wollen wir zunächst die beiden GT-Zustände bei den Anregungsenergien $E_x = 2.3$ MeV ("lower GT") und $E_x = 8.7$ MeV ("upper GT") untersuchen. Abb. 20 zeigt die RPA-Übergangsdichten dieser Resonanzen und Abb. 21 die differentiellen Wirkungsquerschnitte als Funktion des Impulsübertrags.

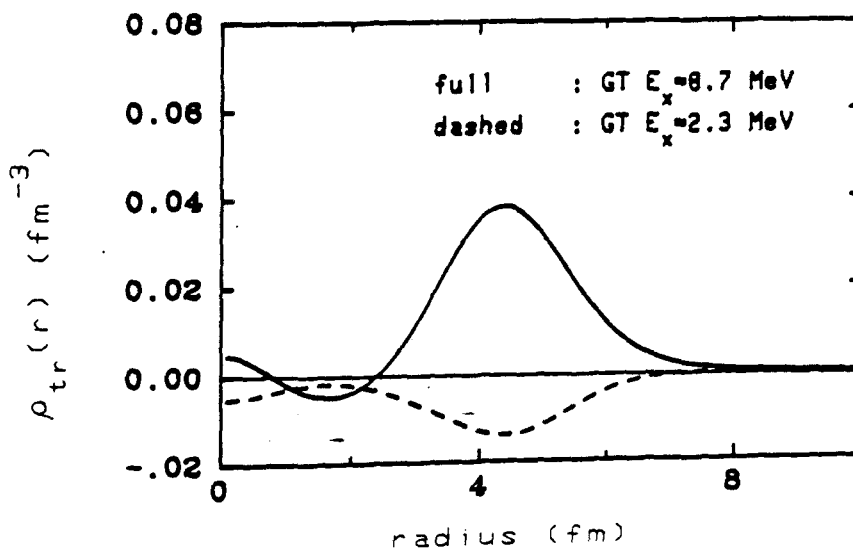


Abb. 20: RPA-Übergangsdichte der GT-Zustände bei $E_x = 2.3$ MeV ("lower GT") und $E_x = 8.7$ MeV ("upper GT").

Die Abbildung zeigt, daß sich die Wirkungsquerschnitte für beide Reaktionen sowohl in der Größe als auch in der Impulsabhängigkeit stark unterscheiden. Die unterschiedliche Impulsabhängigkeit ist auf die starke Absorption des ^3He -Projektils in der Kernoberfläche zurückzuführen. Diese Absorption bedingt die stärker diffraktive Form des ($^3\text{He},t$)-Streuquerschnitts. Der Unterschied in der Größe der Streuquerschnitte ist eine Folge der unterschiedlichen Kinematik und der stärkeren Absorption des ^3He .

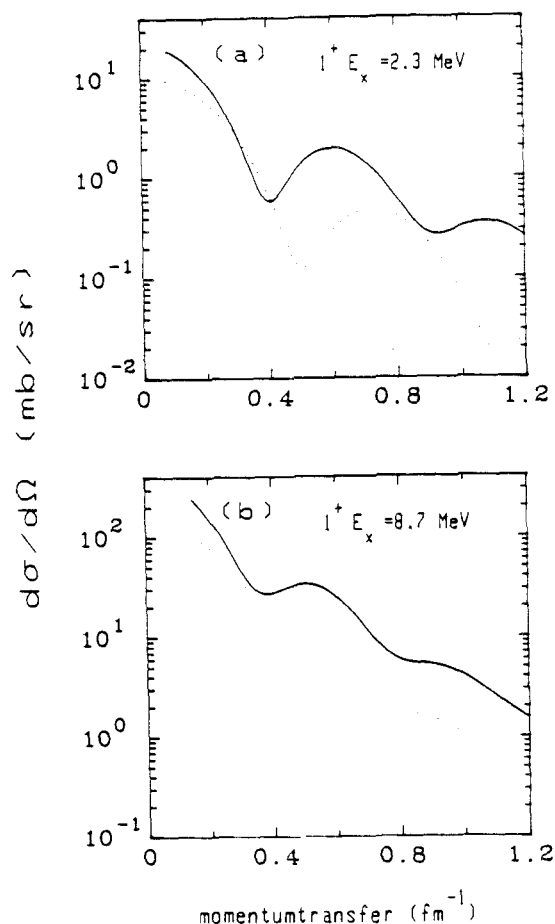


Abb. 21: Die Figuren a und b zeigen die differentiellen Wirkungsquerschnitte der $(^3\text{He}, t)$ -Reaktion (durchgezogene Linie) und der (p, n) -Reaktion (gepunktete Linie) als Funktion des Impulsübertrages.

Ohne Absorption wäre das Verhältnis der Streuquerschnitte beider Reaktionen in Vorwärtsrichtung durch das Verhältnis der Quadrate der reduzierten Massen bestimmt, nämlich

$$\frac{\frac{d\sigma}{d\Omega_{^3\text{He}}} (q \rightarrow 0)}{\frac{d\sigma}{d\Omega_p} (q \rightarrow 0)} = 8.6$$

wegen der stärkeren Distortion des ^3He -Projektils hingegen ist das Verhältnis nur etwa 2.5.

Wir können nun die Distortionsfaktoren $N_{\sigma\pi}$ in (5.1.2) berechnen, indem wir die Absorption abschalten (PW, "plane wave limit") und dann die so erhaltenen Wirkungsquerschnitte mit den exakten Wirkungsquerschnitten (DW, "distorted waves") vergleichen.

Das Verhältnis der 0^0 -Streuquerschnitte der DW- und PW-Rechnungen definieren dann die Distortionsfaktoren. Die (p,n)-Rechnungen liefern für den "lower GT"-Zustand

$$N_{\sigma\tau}^{(p,n)}(\text{low}) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}^{\text{DW}}(q \rightarrow 0)\right) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}^{\text{PW}}(q \rightarrow 0)\right)^{-1} = 0.25$$

und für den "upper GT"-Zustand

$$N_{\sigma\tau}^{(p,n)}(\text{up}) = \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}^{\text{DW}}(q \rightarrow 0)\right) \left(\frac{d\sigma}{d\Omega}^{\text{PW}}(q \rightarrow 0)\right)^{-1} = 0.34$$

Für die ($^3\text{He},t$)-Reaktion erhalten wir hingegen

$$N_{\sigma\tau}^{(^3\text{He},t)}(\text{low}) = 0.07$$

und

$$N_{\sigma\tau}^{(^3\text{He},t)}(\text{up}) = 0.08$$

Wir können nun die in Kap. 4.2 aufgeworfene Frage nach der unterschiedlichen Absorption in beiden Reaktionen beantworten. Bilden wir für die "lower GT"- und "upper GT"-Zustände das Verhältnis der Distortionsfaktoren für beide Reaktionen, so finden wir

$$N_{\sigma\tau}^{(^3\text{He},t)}(\text{low}) = (3.6)^{-1} N_{\sigma\tau}^{(p,n)}(\text{low})$$

und

$$N_{\sigma\tau}^{(^3\text{He},t)}(\text{up}) = (4.2)^{-1} N_{\sigma\tau}^{(p,n)}(\text{up})$$

Die Distortion ist also in der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion etwa um einen Faktor 4 stärker.

Diese Effekte haben eine wichtige Konsequenz für die Extraktion von GT-Stärke in der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion. Abb. 20 zeigt, daß das Verhältnis der 0^0 -Streuquerschnitte zu den beiden GT-Zuständen für beide Reaktionen unterschiedlich ist.

Die (p,n) -Reaktion liefert

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{GT up})\right)\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{GT low})\right)^{-1} = 10.8$$

und die $(^3\text{He},t)$ -Reaktion

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{GT up})\right)\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}(\text{GT low})\right)^{-1} = 13.0$$

Während das Ergebnis der (p,n) -Reaktion in guter Übereinstimmung mit dem Verhältnis der $B(\text{GT})$ -Werte beider Zustände (s. Kap. 5.1).

$$B(\text{GT up})B(\text{GT low})^{-1} = 10.50$$

ist und damit sehr gut der Proportionalität von 0^0 -Streuquerschnitten und $B(\text{GT})$ -Werten folgt (s. (5.1.1-2)), finden wir für die $(^3\text{He},t)$ -Reaktion keine

eindeutige Zuordnung. Der Grund hierfür ist die stärkere Absorption der Projektile. Wegen der starken Transparenz des Kerns für das Proton ist dieses Projektil auch auf das Kerninnere sensitiv. Hingegen ist das ^3He wegen der starken Oberflächenabsorption vorwiegend auf das Kernäußere sensitiv. Da aber der "lower GT"-Zustand asymptotisch schneller abfällt als der "upper GT"-Zustand, werden beide Zustände vom ^3He -Projektil unterschiedlich gesehen.

Abb. 22 zeigt den Vergleich der $^{90}\text{Zr}(^3\text{He},t)$ - und $^{90}\text{Zr}(p,n)$ -Streuquerschnitte (durchgezogene und gepunktete Linien) zu den $1h\omega$ -Zuständen mit Spin-Parität $J^\pi = 0^-, 1^-, 2^-$ und den $2h\omega$ -Zuständen mit $J^\pi = 1^+, 2^+$ und 3^+ .

Wieder sind im Vergleich die $(^3\text{He},t)$ -Wirkungsquerschnitte in Vorwärtsrichtung größer. Für die $1h\omega$ -Moden ist das Verhältnis der $(^3\text{He},t)$ - zu den (p,n) -Streuquerschnitten etwa 3-4, für die $2h\omega$ -Moden sogar 9. Wir sehen also, daß unter Vorwärtswinkeln die $\Delta L=1$ - und besonders die $\Delta L=2$ -Moden in der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion viel stärker angeregt werden. Besonders deutlich zeigt sich dies im starken Anstieg des 0^0 -Streuquerschnitts zu dem $2h\omega-1^+$ -Zustand bei 29.8 MeV. Den Ursprung hierfür hatten wir bereits anhand von Abb. 15 diskutiert. Die RPA-Übergangsdichte zu diesem Zustand hat bei dem Radius $r = 4.2$ fm einen Knoten. Da das Proton auch Bereiche des Kerninnern sieht, können sich Beiträge vom Kernäußeren und Kerninnern gegenseitig wegheben. Dadurch wird der Streuquerschnitt kleiner. Das ^3He hingegen ist nur auf die Kernoberfläche sensitiv und sieht deshalb nur das Kernäußere. Dadurch wird der Wirkungsquerschnitt sehr groß.

Wir haben im vorhergehenden gezeigt, daß das in Kap. 4.2 konstruierte optische Potential eine starke Absorption des ^3He -Projektils beschreibt. Änderungen in der Tiefe und Breite dieses Potentials machen sich in den Winkelverteilungen der einzelnen Multipolaritäten unterschiedlich bemerkbar (Abb. 14). Diese

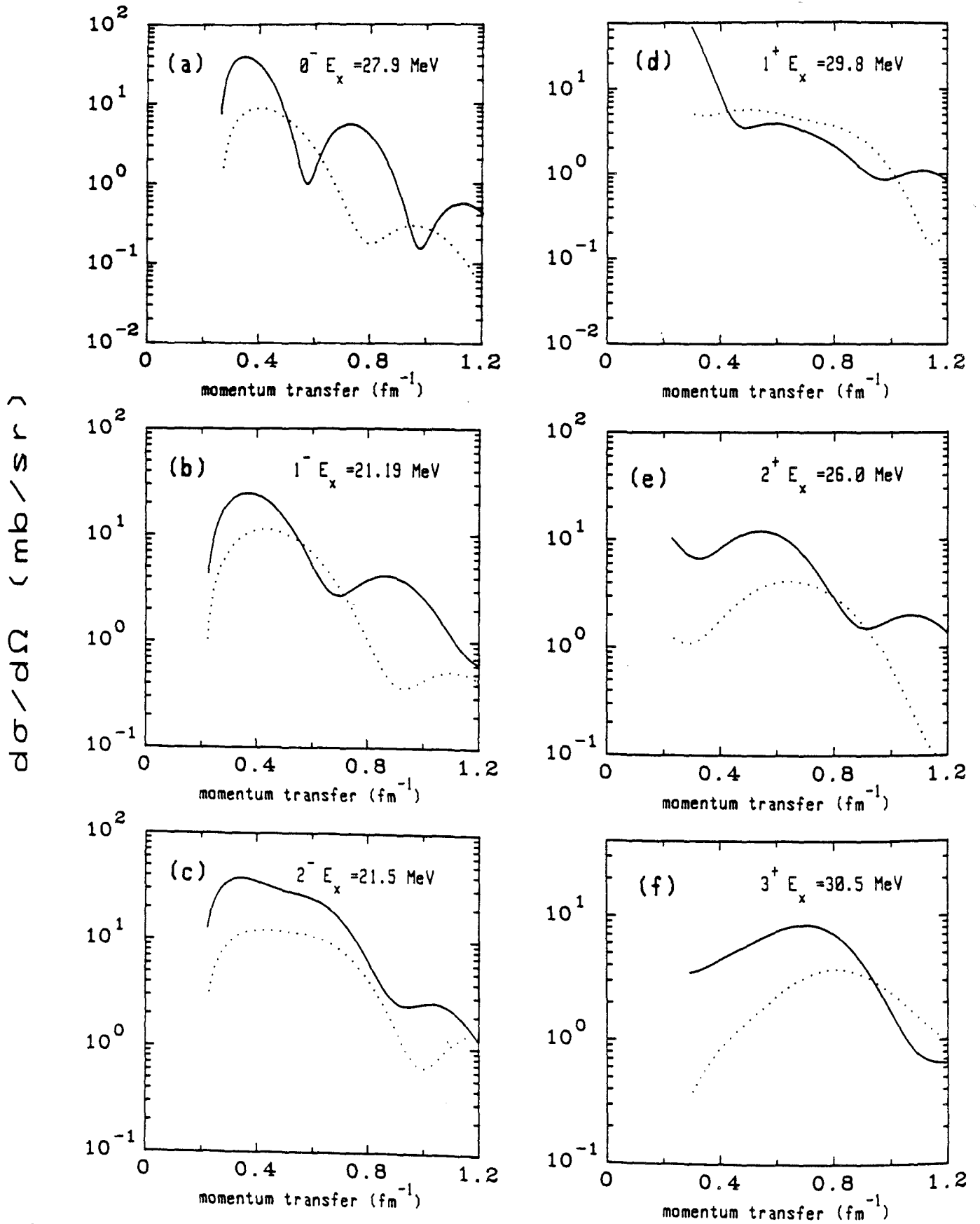


Abb. 22: Differentielle Wirkungsquerschnitte, die zu den $1\hbar\omega$ -Zuständen mit $J^\pi = 0^-, 1^-, 2^-$ und den $2\hbar\omega$ -Zuständen mit $J^\pi = 1^+, 2^+, 3^+$ führen. Die durchgezogene Linie entspricht der $(3\text{He}, t)$ -Reaktion, die gepunktete der (p, n) -Reaktion.

Abhängigkeit der Winkelverteilungen werden wir natürlich in den Spektren der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion sehen, so daß wir in den Spektren für verschiedene Streuwinkel mit Unsicherheiten in der Stärke der einzelnen Multipolaritäten rechnen müssen.

Aufgrund der starken Absorption des ^3He -Projektils ist die $(^3\text{He},t)$ -Reaktion eine reine Oberflächenreaktion (Abb. 15). Daher werden auch die $1h\omega$ - und $2h\omega$ -Moden stärker angeregt als in der (p,n) -Reaktion (Abb. 22).

Wir haben auch gezeigt, daß wir die $(^3\text{He},t)$ -Reaktion mit der exakten Endliche-reichweitekraft (EFR, "exact finite range") berechnen müssen und daß diese Reaktion sowohl im direkten Prozeß als auch im Austausch-Prozeß auf Zentral- und Tensorkräfte sensitiv ist.

Im folgenden wollen wir die $^{90}\text{Zr}(p,n)$ - und $^{90}\text{Zr}(^3\text{He},t)$ -Spektren berechnen.

6.5 Berechnung der $^{90}\text{Zr}(p,n)$ -Spektren im Rahmen des "Independent Particle"-Modells

Um eine Abschätzung über die Abhängigkeit der Spektren von dem zugrundeliegenden Kernstrukturmodell zu erhalten, berechnen wir die (p,n) -Streuquerschnitte zunächst im "Independent Particle"-Modell (IPM), d.h. wir nehmen an, daß die angeregten Kernzustände durch ungestörte $1T_{1L}$ -Anregungen beschrieben werden können^{42,43}). Wir berücksichtigen dabei alle $(0-3h\omega)$ -Anregungen und berechnen die Streuquerschnitte, die zu den Spin-Paritäts-Zuständen mit $J^\pi = 0^-, 1^+, 1^-, 2^+, 2^-, 3^+, 3^-$ und 4^- führen. Abb. 23 zeigt das 0^0 -Spektrum.

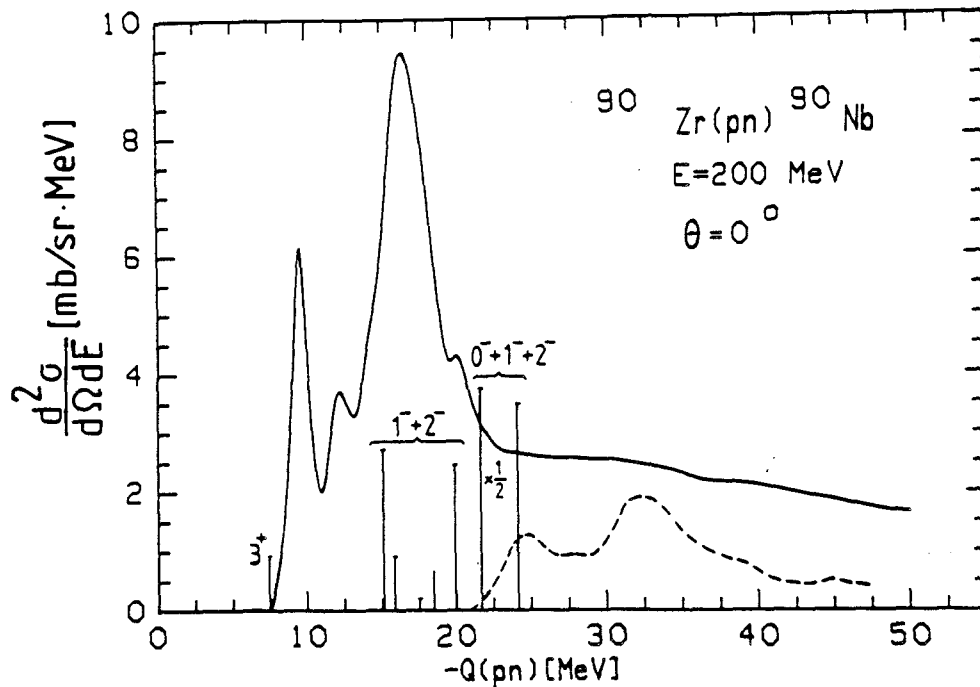


Abb. 23: 0° -Streuquerschnitt der Reaktion $^{90}\text{Zr}(p,n)^{90}\text{Nb}$ bei einer Einschubenergie von 200 MeV als Funktion der Anregungsenergie bezogen auf den Grundzustand in ^{90}Zr (Q-Wert). Die durchgezogene Linie entspricht dem Experiment, die gestrichelte Linie dem Streuquerschnitt zu Zuständen, die im Kontinuum liegen (ohne GTR). Die diskreten Linien entsprechen den Streuquerschnitten zu gebundenen und quasi-gebundenen Zuständen⁴²).

In diesen Rechnungen finden wir direkt unterhalb der GTR insgesamt 14 mb Streuquerschnitt, der zu $\Delta L=1$ -Zuständen mit $J^\pi = 0^-, 1^-$ und 2^- führt. Dies ist sogar eine obere Abschätzung, da die Restwechselwirkung aufgrund der Repulsivität im $\sigma\tau$ -Kanal Stärke zu höheren Energien hin verschiebt. Dadurch reduziert sich der Wirkungsquerschnitt auf etwa 7 mb, so daß wir unterhalb der GTR praktisch keinen Untergrund finden. Das bedeutet, daß man im Experiment etwa 60-70 % der minimalen GT-Summenregelstärke findet.

Im Anregungsenergiebereich oberhalb von $-Q = 30$ MeV unterschätzen wir allerdings den Wirkungsquerschnitt relativ stark. Bilden wir im Energiebereich $20\text{ MeV} < -Q < 50\text{ MeV}$ die Differenz zwischen experimentellem und dem berechneten Wirkungsquerschnitt für die $\Delta L=1$ -Kontinuumszustände, so erhalten wir, wie Tabelle 1 zeigt, etwa 25 mb.

θ	$\sum_i \sigma_i^j (0^-)$ [mb]	$\sum_i \sigma_i^j (1^-)$ [mb]	$\sum_i \sigma_i^j (2^-)$ [mb]	$\sum_i \sigma_i^j (0^-, 1^-, 2^-)$ [mb/sr]	$\sigma_{\text{exp}} - \sigma_{\text{calc}}$ [mb/sr] -20 > Q(p,n) > -50 MeV
0°	8.8	1.4	6	16.2	40
4.5°	12	23	28	63	52
9.5°	10	17	21	48	38
12.8°	2.7	6.3	12	21	20

Tabelle 1: Summe der Wirkungsquerschnitte, die zu allen $1h\omega-\Delta L=1$ -Zuständen mit Spin-Parität $J^\pi = 0^-, 1^-, 2^-$ führen, in Abhängigkeit vom Streuwinkel θ . Spalte 4 zeigt die Summe aller Wirkungsquerschnitte, Spalte 5 zeigt die im Energiebereich $20 \text{ MeV} < -Q < 50 \text{ MeV}$ gebildete Differenz zwischen dem experimentellen Wirkungsquerschnitt und dem Streuquerschnitt, der zu Kontinuums-Zuständen führt⁴²⁾.

Da Mehrstufenprozesse stark unterdrückt sind (s. Kap. 5) und höhere Multipolaritäten zum $00^-(p,n)$ -Spektrum nicht beitragen, kann dieser "fehlende" Wirkungsquerschnitt nur durch einen anderen "Mechanismus" produziert werden. Eine mögliche Erklärung ist von Bertsch und Hamamoto³⁹⁾ gegeben worden. Sie zeigen in ihren Rechnungen, daß durch die Ankopplung von energetisch hochliegenden $2T2L$ -Zuständen an die niedrigliegenden $1T1L$ -GT-Zustände bis zu 50 % der GT-Stärke in den Energiebereich bis $-Q = 50 \text{ MeV}$ verschoben werden kann. Obereinstimmend mit dieser Erklärung finden wir, daß unsere Rechnungen das 4.5° - und 9.5° -Spektrum gut beschreiben. Abb. 24 zeigt, daß wir die $\Delta L=1$ -Stärke sogar überschätzen.

So finden wir im 9.5° -Spektrum im Energiebereich $20 \text{ MeV} < -Q < 50 \text{ MeV}$ als Differenz von experimentellem Wirkungsquerschnitt und dem berechneten Wirkungsquerschnitt für Kontinuumszustände etwa 38 mb. Die Summe der $\Delta L=1$ -Wirkungsquerschnitte ist aber 48 mb.

Trotz der dabei berücksichtigten Verschiebung der $\Delta L=1$ -Stärke aufgrund der Restwechselwirkung und der durch die Wahl des Energieintervalls ($20 \text{ MeV} < -Q < 50 \text{ MeV}$) berücksichtigten Ankopplung der $2T2L$ -Zustände über-

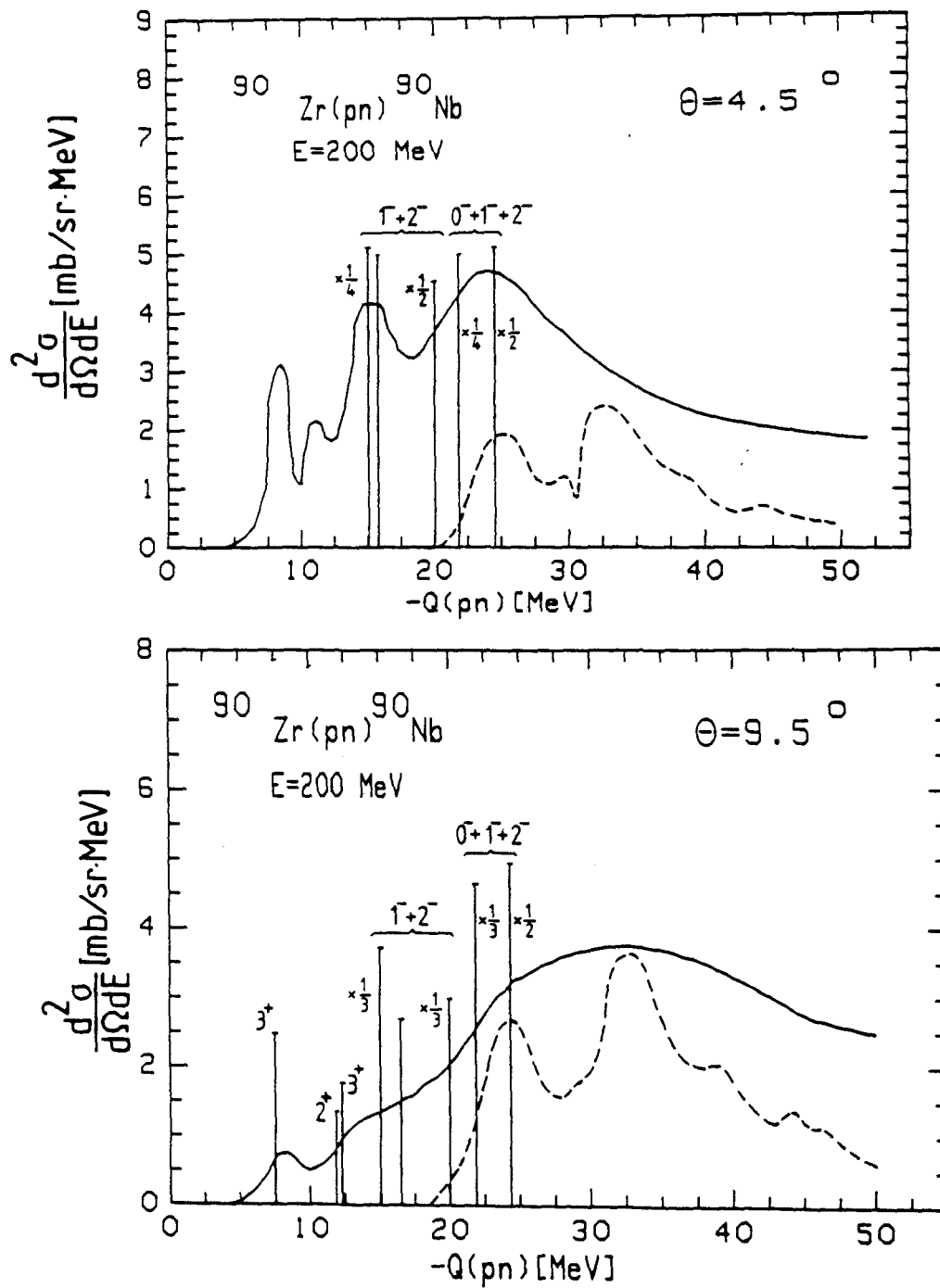


Abb. 24: $^{90}\text{Zr}(p,n)^{90}\text{Nb}$ -Spektren für den Streuwinkel $\theta = 4.5^\circ$ und $\theta = 9.5^\circ$. Erklärung wie in Abb. 23. Ref. 42.

schätzen wir in diesem Energiebereich den Wirkungsquerschnitt immer noch um etwa 25 %.

Um das Spektrum beschreiben zu können, benötigen wir deshalb eine Reduktion der $\Delta L=1$ -Stärke. Zunächst müssen wir aber beachten, daß wir in unseren Rech-

nungen Grundzustandskorrelationen nicht berücksichtigen. Diese werden die $1h\omega$ -Stärke reduzieren. Ein weiterer möglicher Mechanismus für eine Reduktion ist die Ankopplung von energetisch hochliegenden Δ (Isobar)-Teilchen-Nukleonloch-Zuständen in die $1T1L-\Delta L=1$ -Zustände²⁰⁻³⁴). Hierdurch wird Stärke in den Δ -Anregungsbereich bei $-Q = 300$ MeV verschoben.

Um die Kollektivität der Zustände besser beschreiben zu können, wollen wir im folgenden die angeregten Kernzustände im Rahmen der "Random Phase Approximation" (RPA) behandeln.

6.6 Die Stärkeverteilung in der RPA

In der RPA berücksichtigt man die TL-Restwechselwirkung. Im Spin-Isospin-Kanal ist diese repulsiv, so daß Stärke zu höheren Energien hin verschoben wird. Für Kernzustände, bei denen Grundzustandskorrelationen nur eine geringe Rolle spielen, wie z.B. für die GTR, bleibt aber dabei die integrierte Stärke etwa erhalten.

Im weiteren werden alle Rechnungen in einem $2h\omega$ -Modellraum durchgeführt. Abb. 25 und 26 zeigen die τ_- -Stärkeverteilung der Spin-Paritäts-Zustände $J^\pi = 0^-$, $1^-, 1^+$ und 2^+ . Die Figuren a und d sind dabei jeweils die Stärkeverteilungen der ungestörten $1T1L$ -Doorway-Zustände.

So sind in Abb. 26a die Verteilungen für den "lower GT"- und "upper GT"-Zustand dargestellt. Die Figuren b und e zeigen dann die Stärkeverteilung nach "Einschalten" der Restwechselwirkung.

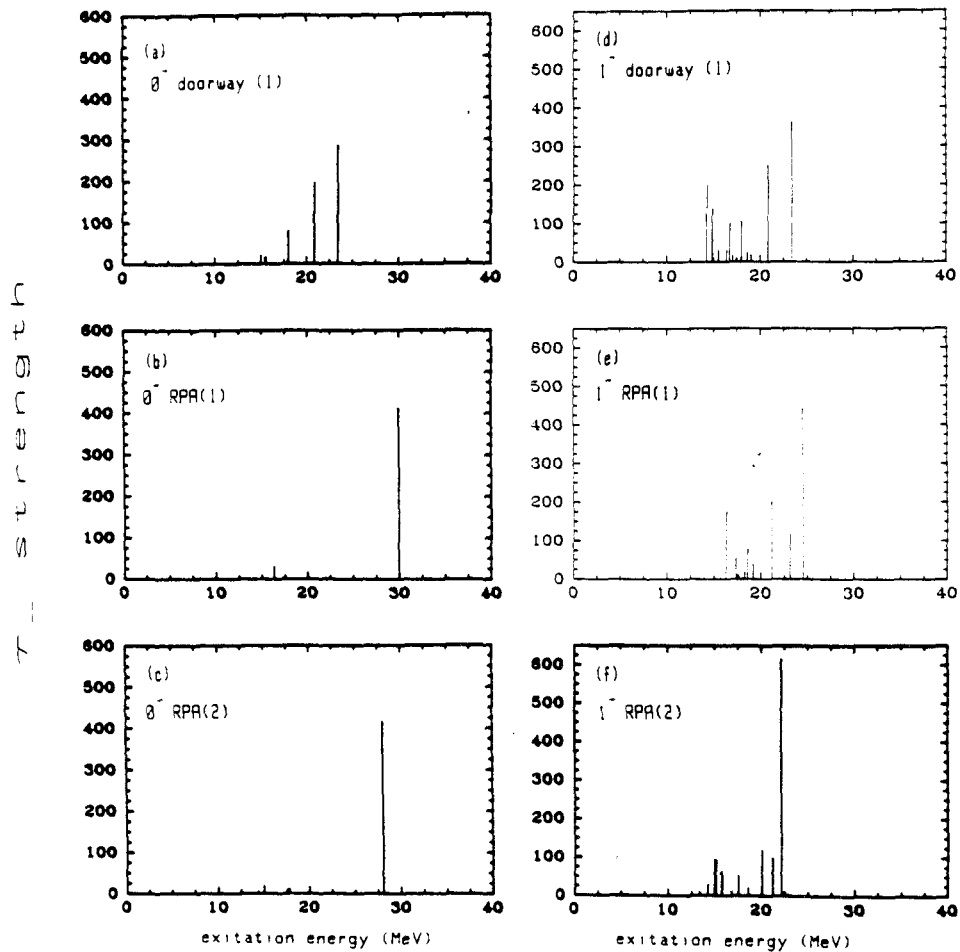


Abb. 25: τ -Stärkeverteilung der Zustände $J^\pi = 0^-, 1^-$ als Funktion der Anregungsenergie in ^{90}Zr . Fig. a und d zeigen die Stärkeverteilung der ungestörten 1T1L-Doorway-Zustände, Fig. b und e die zugehörigen RPA-Zustände. Die Fig. c und f zeigen die RPA-Stärkeverteilungen, die mit einem etwas geänderten Einteilchenspektrum von ^{90}Zr berechnet wurden.

Während sich für die Zustände mit $J^\pi = 0^-, 1^-$ und 1^+ durch die Restwechselwirkung stark kollektive Zustände ausbilden, finden wir für den 2^+ -Zustand nur eine schwache Kollektivität. In der Tat "erzeugt" die Restwechselwirkung im σ -Kanal für die höheren Multipolaritäten ($J^\pi = 2^+, 2^-, 3^+, \dots$) nur eine geringe Kollektivität⁷²⁾.

Die jeweilige Stärkeverteilung der Zustände hängt nicht nur von der Stärke der Restwechselwirkung, sondern auch von der Wahl des Einteilchenenergiespektrums ab. Während es relativ einfach ist, das Einteilchenenergiespektrum in der Nähe

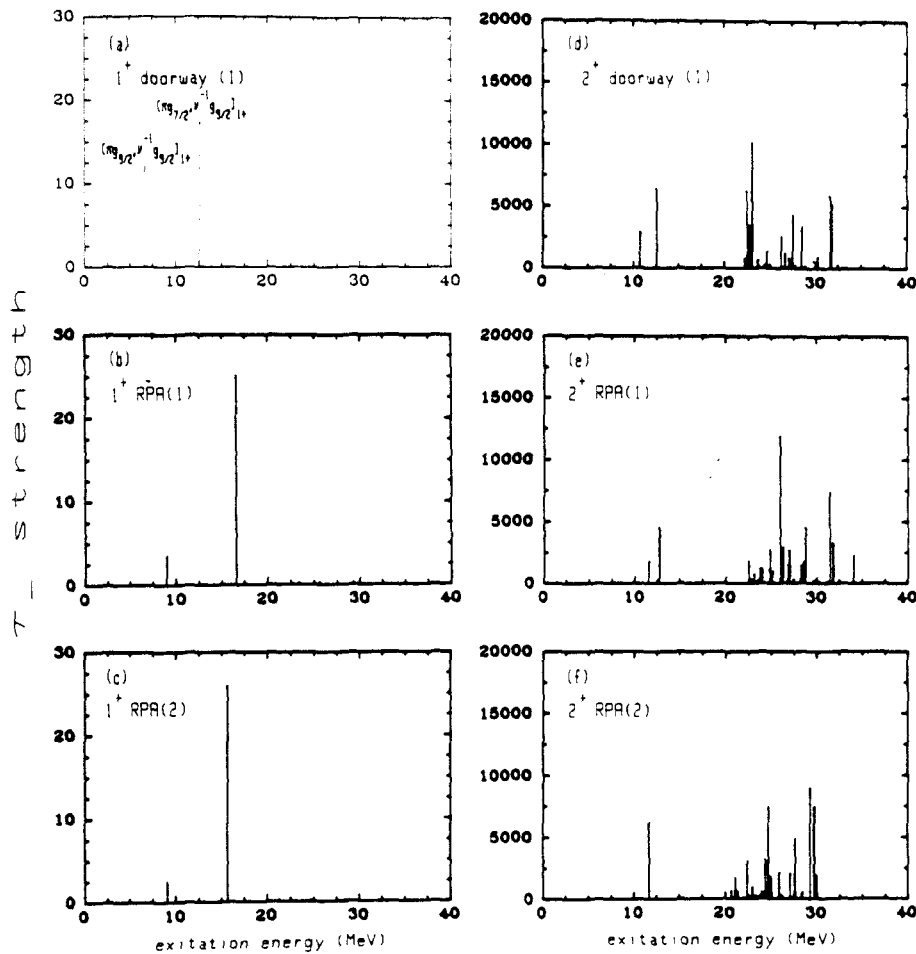


Abb. 26: Idem für $J^\pi = 1^+$ und 2^+ .

der Fermi-Kante experimentell zu bestimmen, sind die Energien der "tief gebundenen" und "hoch angeregten" Zustände weitgehend unbekannt.

Die Figuren c und f in den Abbildungen 25 und 26 zeigen die Stärkeverteilung bei etwas geändertem Einteilchenspektrum. Wir sehen, daß wir sowohl die energetische Lage als auch die Stärke der Kollektivität durch die Wahl des Einteilchenspektrums beeinflussen können.

In Abb. 27 ist dies für die Zustände $J^\pi = 0^-$ und 1^+ im Detail dargestellt. Da der kollektive 0^- -Zustand weit im Kontinuum liegt und daher eine große Breite hat, machen sich die Energieverschiebung von $\Delta E = 1.8$ MeV und die geringfügige Änderung in der Stärke in den Spektren kaum bemerkbar.

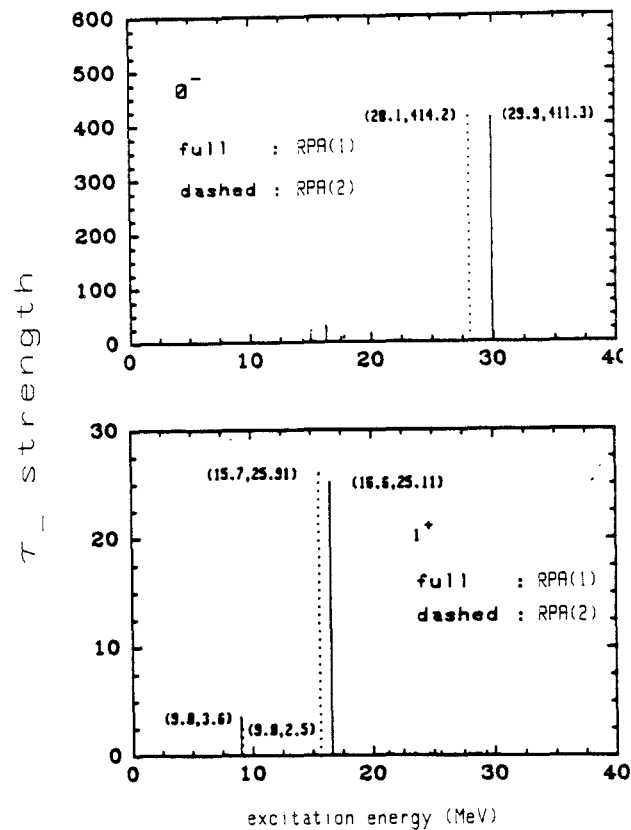


Abb. 27: Vergleich der 0^- - und 1^+ -Stärkeverteilung in RPA-Rechnungen, die mit verschiedenen Einteilchenspektren berechnet werden. Die Werte in den Klammern geben die Energien und die τ_- -Stärke der jeweiligen Zustände an.

Für Zustände hingegen, die nur eine geringe Breite haben, wie z.B. die "lower GT"- und "upper GT"-Zustände ($\Gamma_{\text{low}} = 1$ MeV und $\Gamma_{\text{up}} = 6$ MeV) zeigt sich der Unterschied in der energetischen Lage und der Stärke auch in den Spektren. Im Fall der GTR gilt dies besonders für das 0^0 -Spektrum. Berechnen wir z.B. das Verhältnis der $B(\text{GT})$ -Werte für die GT-Zustände, so finden wir in den mit RPA(2) bezeichneten Kernstrukturrechnungen

$$\frac{B(\text{GT}_{\text{up}})}{B(\text{GT}_{\text{low}})} = \frac{25.91}{2.5} = 10.50$$

und in den RPA(1)-Rechnungen

$$\frac{B(\text{GT}_{\text{up}})}{B(\text{GT}_{\text{low}})} = \frac{25.11}{3.6} = 7.0$$

Da die 0^0 -Streuquerschnitte nach (5.5.2) zumindest in den (p,n)-Rechnungen den B(GT)-Werten proportional sind, sehen wir diesen Unterschied im Verhältnis der 0^0 -Streuquerschnitte der GT-Zustände.

Im folgenden wollen wir die doppeltdifferentiellen Wirkungsquerschnitte für die $^{90}\text{Zr}(p,n)$ - und $^{90}\text{Zr}(^3\text{He},t)$ -Reaktion bei einer Einschußenergie von 200 MeV pro Nukleon berechnen.

6.7 Berechnung der $^{90}\text{Zr}(p,n)$ - und $^{90}\text{Zr}(^3\text{He},t)$ -Spektren im Rahmen der "Random Phase Approximation" (RPA)

Im Rahmen des RPA(2)-Modellraumes berücksichtigen wir dabei neben der IAR alle $(0\hbar\omega-2\hbar\omega)$ -Anregungen, die zu Zuständen mit Spin-Parität $J^\pi = 0^-, 1^-, 1^+, 2^-, 2^+, 3^-, 3^+$ und 4^- führen.

Die Spektren erhalten wir dann in kohärenter Summation der Streuquerschnitte zu diesen Zuständen. Dabei falten wir die diskreten RPA(2)-Zustände in eine Breit-Wigner-Verteilung. Die Breiten setzen sich aus zwei Beiträgen zusammen, der "escape width" Γ_\uparrow , die die Ankopplung des Zustandes an das Kontinuum beschreibt, und der "spreading width" Γ_\downarrow , die die Ankopplung an Mehrteilchen-Mehrloch-Zustände beinhaltet. In schweren Kernen ist die Zerfallsbreite $\Gamma = \Gamma_\uparrow + \Gamma_\downarrow$ vorwiegend durch die "spreading width" Γ_\downarrow gegeben. Diese Breite konstruieren wir aus dem Imaginärteil des optischen Nukleon-Kern-Potentials. Dadurch wird die Breite $\Gamma_\downarrow = \Gamma$ energieabhängig. Sie ist dann durch

$$\Gamma(E_x) = 2W(E_x, R_W)$$

definiert, wobei W das imaginäre optische Nukleon-Kern-Potential der Breite R_W bezeichnet und E_x die Anregungsenergie bezogen auf den Grundzustand in ^{90}Nb ist. Nehmen wir nun das energieabhängige empirische optische Potential von Rapaport u.a. und folgen dem Interpolationsverfahren von Mahaux und Ngo⁷³⁾, so erhalten wir eine Parametrisierung des Imaginärteils W und damit der Breite Γ . Die Breiten schwanken etwa zwischen $\Gamma = 6$ MeV für den "upper GT"-Zustand bei $E_x = 8.7$ MeV und $\Gamma = 15$ MeV für Zustände mit einer Anregungsenergie $E_x > 20$ MeV. Diese Breiten zerlegen wir in zwei Anteile

$$2\Gamma = \Gamma_{\text{links}} + \Gamma_{\text{rechts}} = \Gamma_{\ell} + \Gamma_r \quad (6.1)$$

wobei wir das Verhältnis $\Gamma_{\text{rechts}}/\Gamma_{\text{links}}$ aus der Ableitung $\partial W/\partial E$ des imaginären optischen Potentials bestimmen. Für Anregungsenergien $E_x < 20$ MeV erhalten wir $\Gamma_{\text{rechts}}/\Gamma_{\text{links}} = 2$. Mit diesen Vorschriften erhalten wir jetzt eine asymmetrische Breit-Wigner-Verteilung der RPA-Zustände, nämlich

$$\frac{d^2\sigma}{d\Omega dE} J^\pi(\theta) = \frac{2}{\pi} \sum_n (\Gamma_{n,r} + \Gamma_{n,\ell}) \left[\frac{\Gamma_{n,\ell}^2 \theta(E_n + \Delta E - E)}{(E - E_n - \Delta E)^2 + \Gamma_{n,\ell}^2} + \frac{\Gamma_{n,r}^2 \theta(E - E_n - \Delta E)}{(E - E_n - \Delta E)^2 + \Gamma_{n,r}^2} \right] \times \frac{d\sigma_n}{d\Omega} \quad (6.2)$$

Dabei sind E_n und Γ_n die Anregungsenergien und Breiten des RPA-Zustandes $|n\rangle$ und $\theta(E)$ die wohlbekannte Stufenfunktion. ΔE ist ein freier Parameter, der es uns gestattet, die RPA-Stärke bestimmter Zustände mit Spin-Parität J^π zu verschieben. Diesen Parameter haben wir eingefügt, da die Analyse der Spektren zeigt, daß die RPA die Stärke der $1\hbar\omega$ - und $2\hbar\omega$ -Moden bei zu kleinen Anregungsenergien voraussagt. Daher haben wir die Anregungsenergien dieser Moden um $\Delta E(1\hbar\omega) = 3$ MeV und $\Delta E(2\hbar\omega) = 5$ MeV zu höheren Energien verschoben.

Durch dieses Faltungsverfahren simulieren wir also die Dämpfung ("spreading") der Resonanzen aufgrund der Ankopplung der 2T2L- oder Mehrteilchen-Mehrloch-Zustände an die 1T1L-Zustände.

Wir können natürlich nicht erwarten, daß wir mit unserem Faltungsverfahren die Stärkeverteilung von 2T2L-Rechnungen exakt wiedergeben^{39,74-80}). Insbesondere wird der für diese Rechnungen typische Hochenergieschwanz der Stärkeverteilung wegen der mit der Energie wie $(1/E_x)^2$ schnell abfallenden asymmetrischen Breit-Wigner-Verteilung (6.2) nur schlecht simuliert. Deshalb erhalten wir im Vergleich zu den 2T2L-Rechnungen also nur ein minimales "spreading".

6.7.1 Die 0^0 -Spektren

In Abb. 28 vergleichen wir die berechneten 0^0 -Spektren der Reaktionen $^{90}\text{Zr}(p,n)^{90}\text{Nb}$ und $^{90}\text{Zr}(^3\text{He},t)^{90}\text{Nb}$ mit den experimentellen Spektren^{5,46}). Wir sehen, daß das berechnete (p,n)-Spektrum (Figur a) die Form des experimentellen Spektrums gut beschreibt. Während wir den Wirkungsquerschnitt im Niederenergiebereich etwas überschätzen, unterschätzen wir den Streuquerschnitt im Anregungsenergiebereich $18 \text{ MeV} < E_x < 40 \text{ MeV}$. Dieses Ergebnis hatten wir bereits in den Rechnungen im Rahmen des "Independent Particle"-Modells erhalten.

Das Überschätzen im Energiebereich $E_x < 18 \text{ MeV}$ ist eine direkte Folge der GT-Stärkeverteilung (gepunktete Kurve). Offensichtlich haben wir in diesem Energiebereich zuviel GT-Stärke und benötigen daher einen Quenching-Mechanismus.

Eine Möglichkeit besteht in der bereits schon erwähnten Ankopplung von (ΔN^{-1}) -Zuständen an die Protonteilchen-Neutronloch-GT-Zustände. Hierdurch wird GT-Stärke in den Δ -Anregungsbereich bei 300 MeV verschoben. Eine weitere Möglichkeit besteht jedoch in der Ankopplung von 2T2L-Zuständen an die 1T1L-GT-Zustände. Dadurch können wir GT-Stärke in den Energiebereich bis 50 MeV ver-

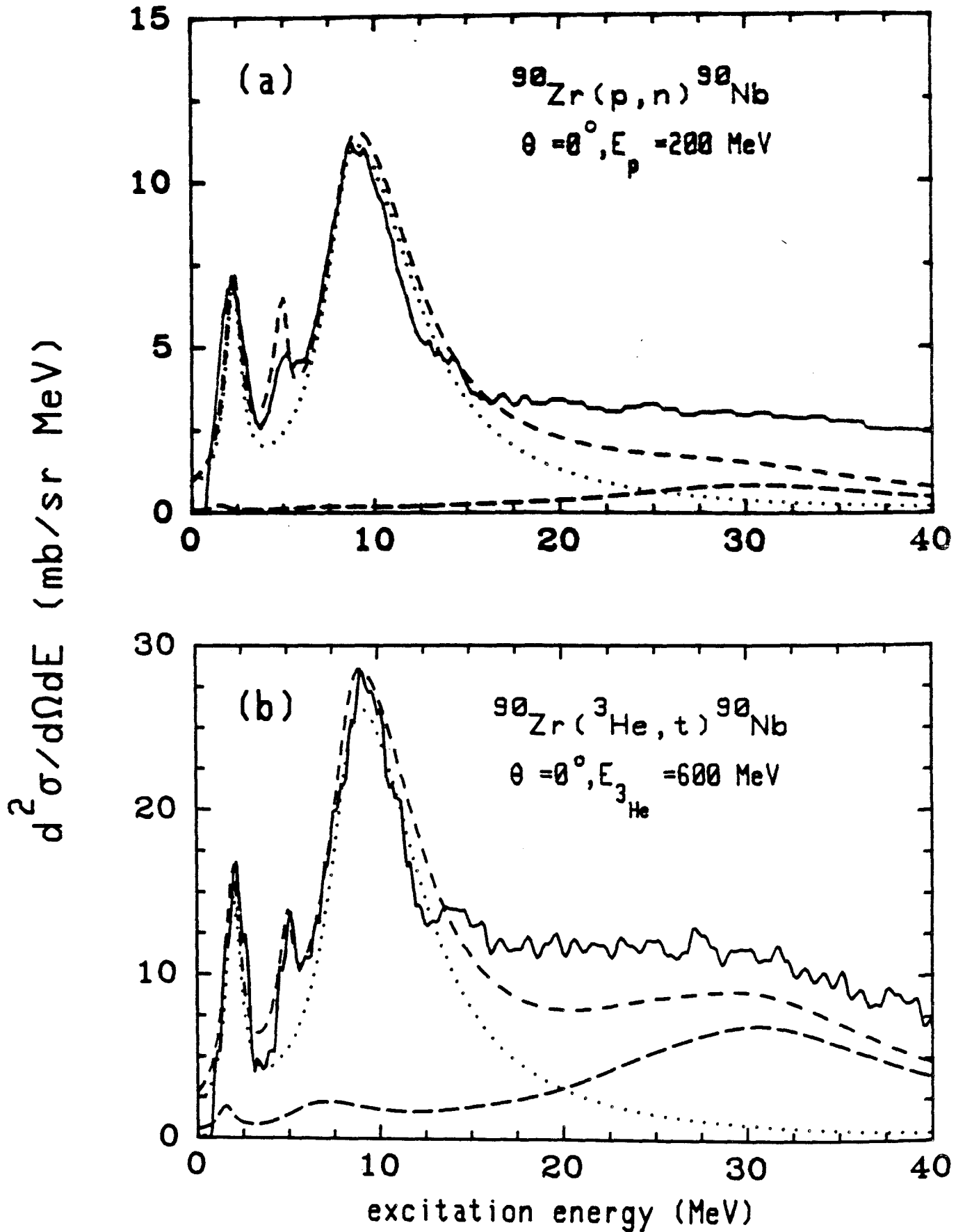


Abb. 28: Nullgradspektren der $^{90}\text{Zr}(p,n)$ - und $^{90}\text{Zr}(^3\text{He},t)$ -Reaktion (a und b) bei einer Einschüßenergie von 200 MeV pro Nukleon als Funktion der Anregungsenergie in ^{90}Nb . Die durchgezogene Linie entspricht dem Experiment, die kurzgestrichelte den berechneten Spektren. Die gepunktete Linie ist die GT-Stärkeverteilung und die langgestrichelte Kurve entspricht der $\Delta L=2$ -Verteilung. Die experimentellen Daten sind Ref. 4 und 46 entnommen.

schieben und damit, wie in unseren Rechnungen im Rahmen des "Independent Particle"-Modells (IPM), das Spektrum oberhalb von 18 MeV besser beschreiben.

Figur a in Abb. 28 zeigt auch, daß wir unterhalb der GTR fast keinen Untergrund (Anregungen vom $\Delta L=1$ - und $\Delta L=2$ -Typ) finden, so daß man im Experiment im Anregungsenergieintervall $0 \text{ MeV} < E < 15 \text{ MeV}$ bis auf die IAR fast ausschließlich GT-Stärke mißt. Dieses Resultat hatten wir auch in den IPM-Rechnungen erhalten.

In Figur b zeigen wir das $^{90}\text{Zr}(^3\text{He},t)$ -Spektrum. Das berechnete Spektrum wurde mit einem Faktor $N^2 = 1.5$ multipliziert, so daß der Wirkungsquerschnitt für die "scharfe" isobare Analogresonanz (IAP, $E_x = 5 \text{ MeV}$, $\Gamma = 1 \text{ MeV}$) reproduziert wurde.

Die Notwendigkeit der Normierung ist eine Folge der Unsicherheit in der Konstruktion des optischen Potentials (s. Kap. 4.2). So haben wir in Abb. 16a gesehen, daß eine Reduktion der Potentialtiefe um 16 % einer Zunahme des 0^0 -GT-Streuquerschnitts um 50 % und damit etwa obiger Normierung entspricht.

Wir finden in diesem Fall, daß die Form des $(^3\text{He},t)$ -Spektrums gut von der Theorie reproduziert wird. Auffallend ist die starke Ähnlichkeit zwischen dem (p,n) - und dem $(^3\text{He},t)$ -Spektrum im Niederenergiebereich. Wie in der (p,n) -Reaktion finden wir eine Überschätzung des Wirkungsquerschnitts in diesem Energiebereich und es zeigt sich daher auch hier die Notwendigkeit von Quenching. Obwohl wir das Spektrum im Hochenergiebereich noch immer unterschätzen, ist es interessant, daß wir die Form des experimentellen Spektrums oberhalb von 18 MeV relativ gut beschreiben können. Dies ist eine Folge der großen Beiträge der $2h\omega$ -Moden (langgestrichelte Kurve) in der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion unter Vorwärtswinkeln. Die breite Struktur im 0^0 - $(^3\text{He},t)$ -Spektrum bei etwa 30 MeV können wir also in der Tat durch die starke Anregung der $2h\omega$ -Moden erklären.

Wie in der (p,n)-Reaktion ist das 0^0 -Spektrum der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion im Anregungsbereich der GTR fast untergrundfrei, so daß man unterhalb von $E_x = 15$ MeV im Experiment fast ausschließlich GT-Stärke mißt.

6.7.2 Die L=1-Resonanz im 7^0 -(p,n)-Spektrum und im 2.5^0 -($^3\text{He},t$)-Spektrum

In Abb. 29 zeigen wir das (p,n)- und $(^3\text{He},t)$ -Spektrum für 7^0 bzw. 2.5^0 . Das (p,n)-Spektrum wird eindeutig von der $1h\omega$ -Resonanz (gepunktete Kurve) dominiert. Diese baut im experimentellen Spektrum die relativ breite Resonanzstruktur um $E_x = 20$ MeV auf. Die starken Beiträge dieser Moden zum 7^0 -Spektrum sind eine Folge der L=1-Winkelverteilung, die bei etwa 5^0 ihr Maximum hat.

Während wir bei etwa 10 MeV Anregungsenergie das Spektrum etwas überschätzen, unterschätzen wir das Spektrum bei höheren Anregungsenergien. Wir können jedoch gar nicht erwarten, das Spektrum für höhere Anregungsenergien gut zu reproduzieren, da wir die RPA-Zustände nur in einem $2h\omega$ -Modellraum berechnet haben. Das bedeutet nämlich, daß zu den Zuständen negativer Parität nur $1h\omega$ -Stärke beiträgt. Die Berücksichtigung der $3h\omega$ -Stärke würde den Beitrag der Zustände negativer Parität zum Wirkungsquerschnitt erhöhen.

Das Unterschätzen könnte auch ein Hinweis darauf sein, daß wir in unserem Falungsverfahren (s. Kap. 6.7.1) eine etwas zu große "spreading width" gewählt haben.

Das Überschießen des Wirkungsquerschnitts bei $E_x = 10$ MeV deutet auf die Unsicherheit in der Bestimmung der energetischen Lage der RPA-Zustände hin. Wie bereits diskutiert, hängt die Anregungsenergie der RPA-Zustände sowohl von der Stärke der Restwechselwirkung als auch von der Wahl des Einteilchenspektrums

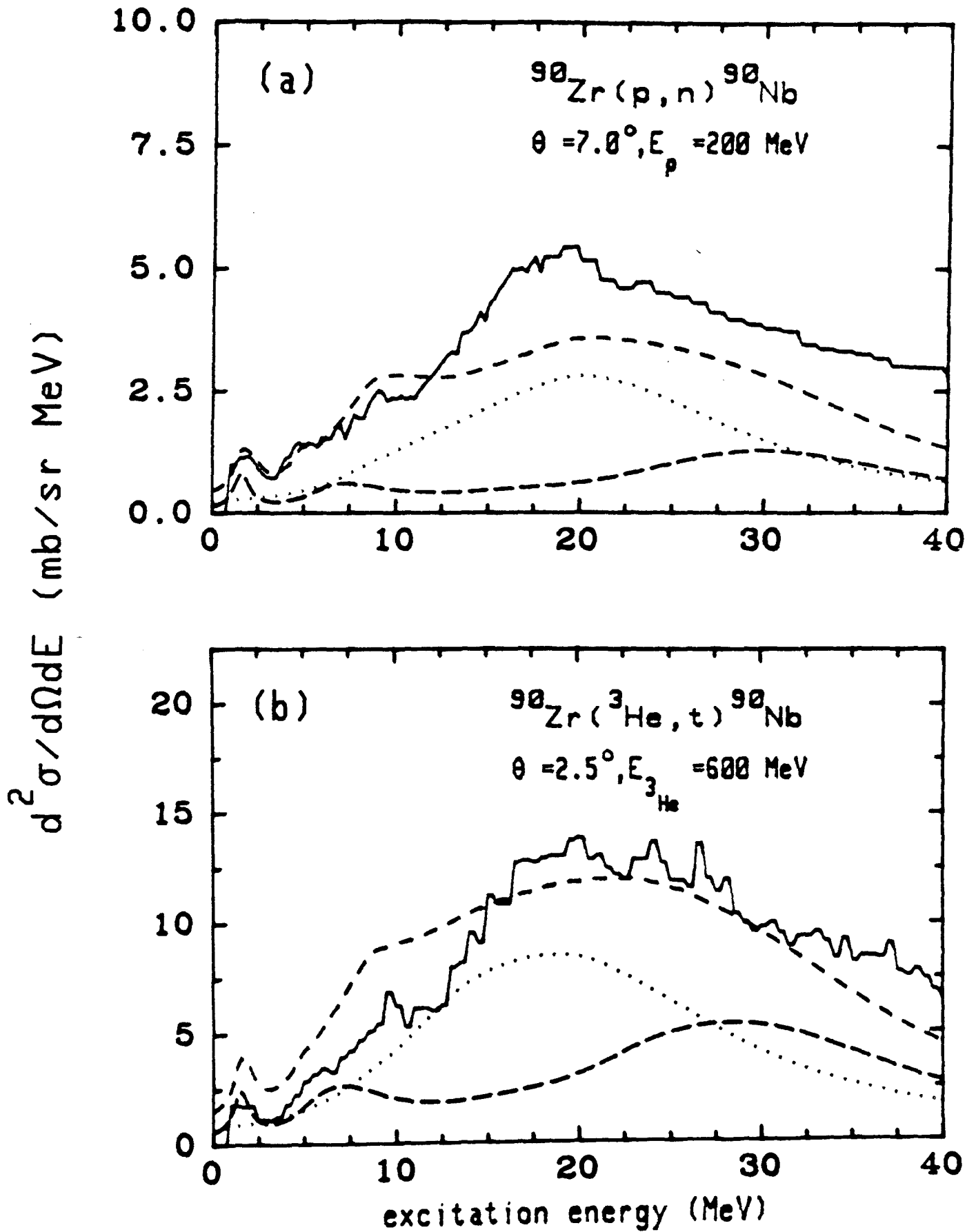


Abb. 29: 7.0- bzw. 2.5°-Spektren für die Reaktionen $^{90}\text{Zr}(p,n)^{90}\text{Nb}$ (a) und $^{90}\text{Zr}(^3\text{He},t)^{90}\text{Nb}$ (b) bei einer Einschubenergie von 200 MeV pro Nukleon als Funktion der Anregungsenergie in ^{90}Nb . Die gepunktete Kurve entspricht den $1h\omega$ -Zuständen mit $J^\pi = 0^-, 1^-, 2^-, 3^-$ und 4^- . Die anderen Kurven sind gewählt wie in Abb. 28. Die experimentellen Daten sind aus Ref. 5,46.

ab. In Abb. 27a haben wir gesehen, daß wir durch geringfügige Änderung des Einteilchenspektrums leicht eine Verschiebung der Anregungsenergie von etwa 2 MeV erreichen können.

Die Überschätzung des experimentellen Spektrums bei 10 MeV zeigt sich besonders stark im $^{90}\text{Zr}(^3\text{He},t)$ -Spektrum bei 2.5° (Figur b). Wir schließen daraus, daß die von uns verwendete RPA zuviel $\Delta L=1$ -Stärke unterhalb von 12 MeV voraussetzt.

Auch im 2.5° - $(^3\text{He},t)$ -Spektrum ist die $\Delta L=1$ -Resonanz dominant. Allerdings ist das Verhältnis von $\Delta L=1$ - und $\Delta L=2$ -Streuquerschnitt (gepunktete und langgestrichelte Kurven) nicht so groß wie im (p,n) -Spektrum. Dies zeigt noch einmal, daß die $2h\omega$ -Moden in der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion unter Vorwärtswinkeln besonders stark angeregt werden.

Auffallend ist, daß wir im Gegensatz zum (p,n) -Spektrum den Hochenergiebereich $15 \text{ MeV} < E_x < 40 \text{ MeV}$ des Spektrums gut beschreiben. Wir müssen dabei allerdings beachten, daß wir wegen unserer Wahl des optischen Potentials mit Unsicherheiten in der Winkelverteilung rechnen müssen. Wie bereits in Kap. 6.1 diskutiert, würde eine Vergrößerung des Radius r_w des imaginären optischen Potentials um 9 % (von $r_w = 1.26 \text{ fm}$ auf $r_w = 1.37 \text{ fm}$) den 2.5° -Wirkungsquerschnitt des 1^- -Zustandes bei 21.2 MeV um einen Faktor 2.2 reduzieren. Diese Reduktion ist natürlich zustandsabhängig. Eine Reduktion würde aber zur Folge haben, daß wir den Wirkungsquerschnitt im Hochenergiebereich ebenso unterschätzen wie in den (p,n) -Rechnungen.

6.7.3 Das (p,n)-Spektrum für 12.8^0 und das ($^3\text{He},t$)-Spektrum für 4.3^0

Im 12.8^0 -(p,n)-Spektrum (Abb. 30, Fig. a) ist die $\Delta L=1$ -Resonanz bereits abgefallen und etwa genauso groß wie die $\Delta L=2$ -Resonanz. Letztere hat ihr Maximum bei etwa 9.5^0 . Wieder überschätzen wir den Streuquerschnitt oberhalb von 15 MeV. Die große Diskrepanz zwischen dem experimentellen und berechneten Spektrum ist wieder auf den zu kleinen Modellraum ($2h\omega$) in den Kernstrukturrechnungen zurückzuführen.

Figur b zeigt das 4.3^0 -($^3\text{He},t$)-Spektrum, das weiterhin von der $\Delta L=1$ -Resonanz dominiert wird. Wie in Fig. a sehen wir, daß die RPA zuviel $\Delta L=1$ -Stärke unterhalb von 12 MeV voraussagt.

Um die $\Delta L=1$ -Resonanz besser zu verstehen, wäre es wünschenswert, das experimentelle 1.5^0 -Spektrum der ($^3\text{He},t$)-Reaktion zur Verfügung zu haben. Um dies zu illustrieren, stellen wir in Abb. 31 und Abb. 32 die berechneten (p,n)- und ($^3\text{He},t$)-Streuquerschnitte bei verschiedenen Streuwinkeln dar. In beiden Abbildungen zeigt sich die Entwicklung der $\Delta L=1$ - und $\Delta L=2$ -Resonanzen bei wachsendem Streuwinkel.

Um die $\Delta L=1$ -Resonanz zu studieren, sollte man also die (p,n)-Reaktion unter einem Streuwinkel $\theta = 4.5^0$ (Abb. 31d) und die ($^3\text{He},t$)-Reaktion unter einem Streuwinkel $\theta = 1.5^0$ (Abb. 32d) analysieren. In beiden Spektren ist das Verhältnis der $\Delta L=1$ - zur $\Delta L=2$ -Resonanz etwa 3. Die Abbildungen zeigen allerdings auch die Schwierigkeit, die exakte energetische Lage der beiden Resonanzen experimentell zu bestimmen. Zwar ist im 4.5^0 - bzw. 1.5^0 -Spektrum das Verhältnis $\Delta L=1/\Delta L=2 \approx 3$, da aber die GTR noch immer relativ stark ist, überlagern sich die $\Delta L=1$ -, $\Delta L=2$ - und GT-Resonanzen, so daß eine Zerlegung des Spektrums in Beiträge der einzelnen Multipolaritäten und die Bestimmung der jeweiligen Breiten sehr schwierig ist.

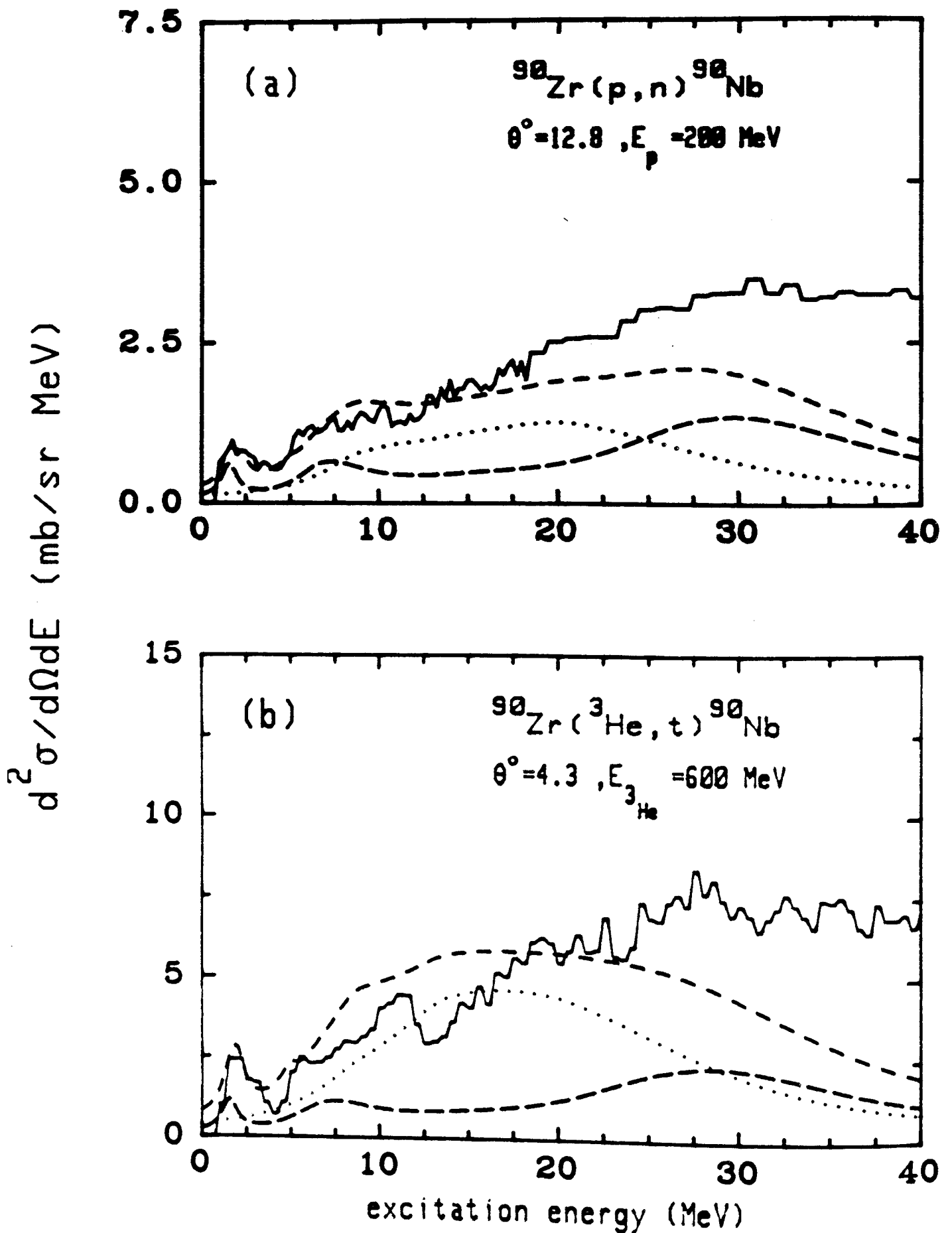


Abb. 30: 12.8° -(p,n)-Spektrum und 4.3° -($^3\text{He},t$)-Spektrum. Erklärung der Kurven wie in Abb. 29. Die experimentellen Daten sind aus Ref. 5,46.

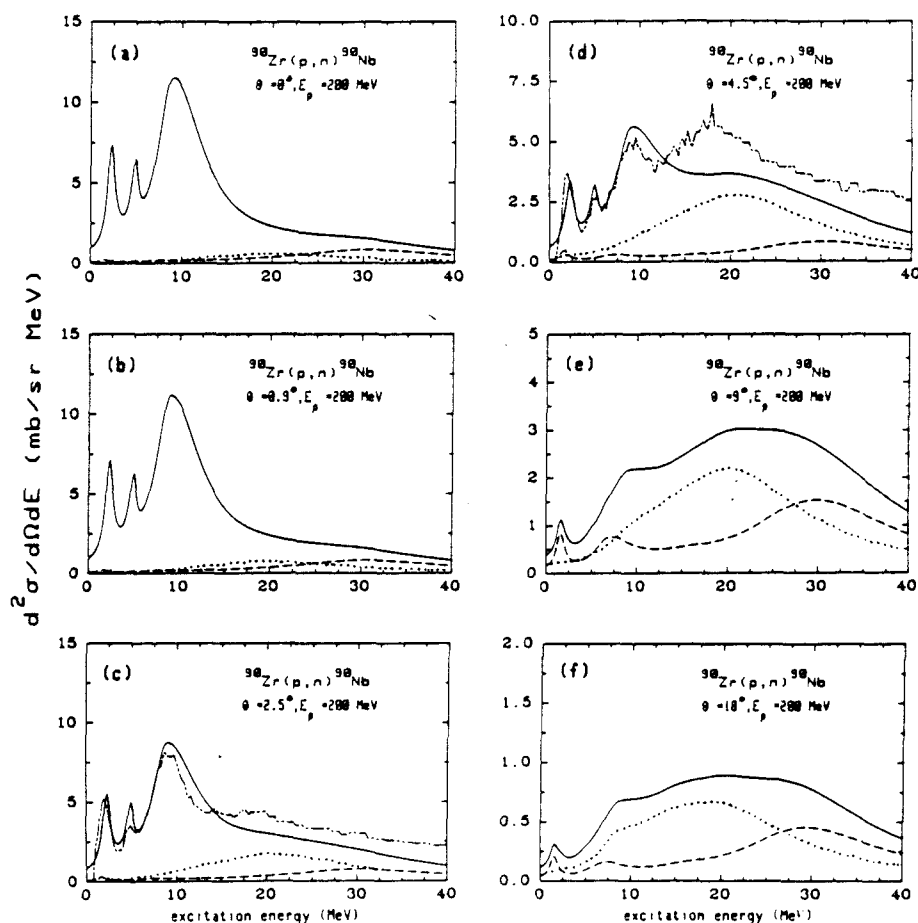


Abb. 31: Berechnete Spektren der (p,n)-Reaktion für verschiedene Streuwinkel (durchgezogene Linie). Im 2.50- und 4.50-Spektrum sind ebenfalls die experimentellen Spektren (Ref. 5) eingezeichnet. Die $\Delta L=1$ -Resonanz ist durch die gepunktete, die $\Delta L=2$ -Resonanz durch eine gestrichelte Linie bezeichnet.

Interessant ist, daß in der ($^3\text{He},t$)-Reaktion die $\Delta L=2$ -Resonanz im Nullgradspektrum am stärksten angeregt wird. Da die $\Delta L=1$ -Resonanz unter Vorwärtswinkeln im Vergleich nur relativ schwach angeregt wird (Abb. 32a), kann also die ($^3\text{He},t$)-Reaktion unter Vorwärtswinkeln dazu beitragen, die $\Delta L=2$ -Quadrupolresonanz näher zu untersuchen.

Um eine Aussage über die totale Stärke der einzelnen Resonanzen zu machen, integrieren wir die jeweiligen Verteilungen bis zu der Anregungsenergie $E_x = 40 \text{ MeV}$.

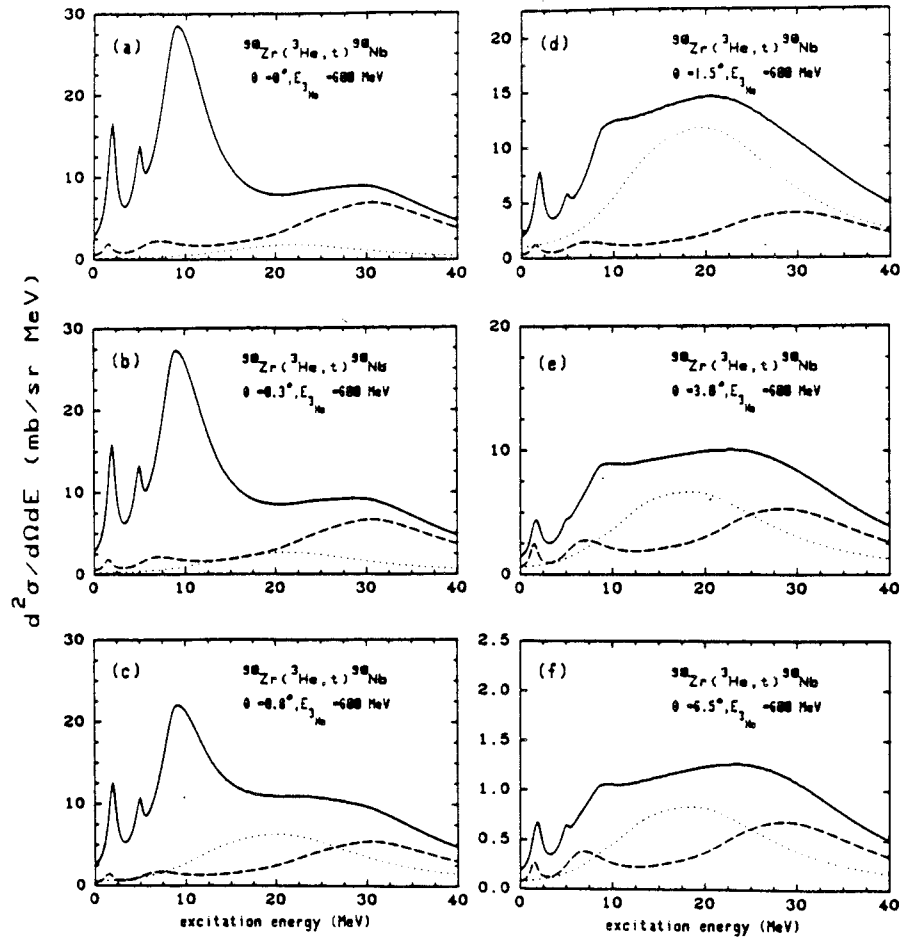


Abb. 32: Idem für die $(^3\text{He}, t)$ -Reaktion.

6.7.4 Die integrierten Stärkeverteilungen

Diese energieintegrierten Stärken minimieren auch die Unsicherheiten in der durch die Ankopplung von Mehrteilchen-Mehrloch-Zuständen bedingten Verschiebung von Stärke. Ein Problem besteht jedoch dann, wenn durch Mehrteilchen-Mehrloch-Grundzustandskorrelationen, die von der gleichen Ordnung in der Restwechselwirkung sind wie die Konfigurationsmischungen, neue S_{β^+} - und S_{β^-} -Stärke erzeugt wird. Da die Summenregel $S_{\beta^-} - S_{\beta^+} = 3(N-Z)$ erfüllt werden muß, ist dann aber der Zuwachs an S_{β^-} -Stärke gleich dem Zuwachs an S_{β^+} -Stärke.

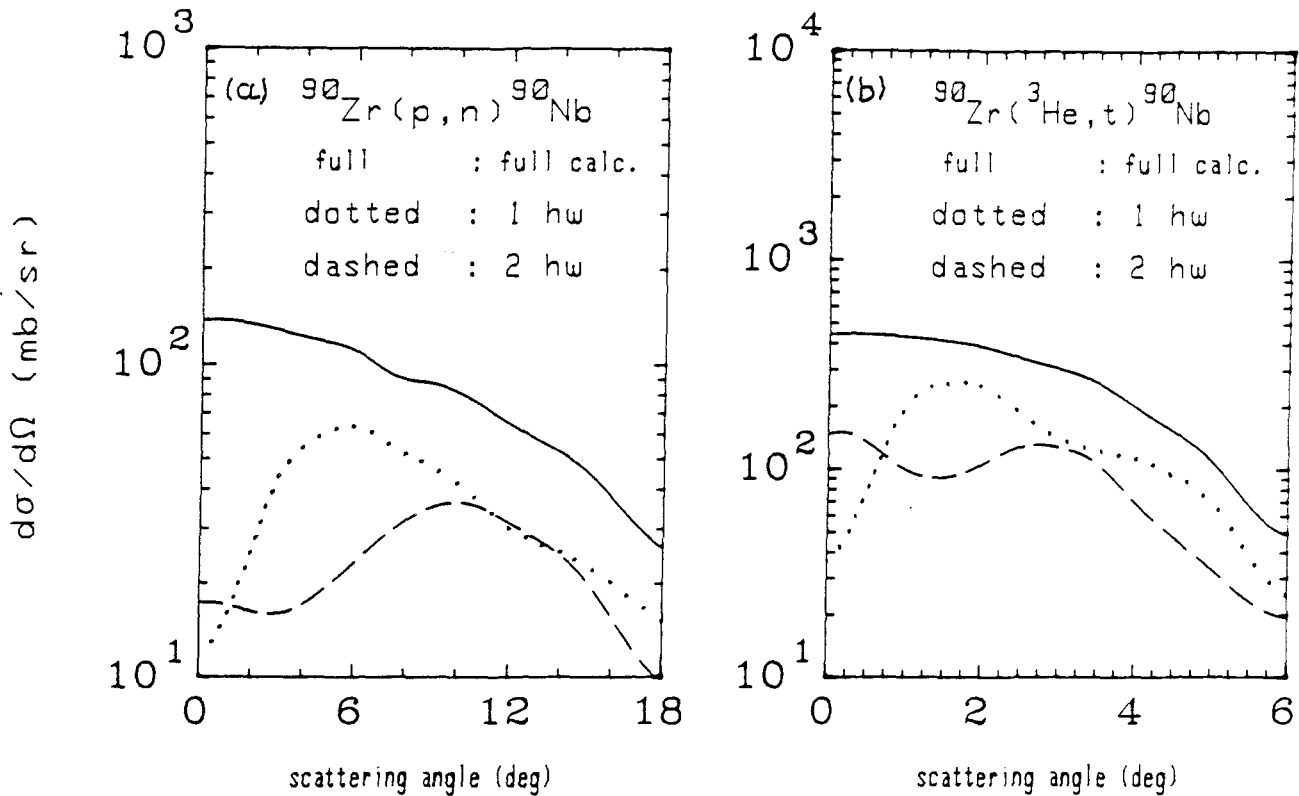


Abb. 33: Energieintegrierte Wirkungsquerschnitte der 1h ω - und 2h ω -Moden (gepunktete und gestrichelte Linie) für die Reaktionen $^{90}\text{Zr}(p,n)^{90}\text{Nb}$ (a) und $^{90}\text{Zr}(^3\text{He},t)^{90}\text{Nb}$ (b). Die durchgezogene Linie entspricht der Summe aus GTR, IAR, 1h ω - und 2h ω -Moden.

Da wir aber in (p,n)- und ($^3\text{He},t$)-Reaktionen nur S_{β^-} -Stärke messen, würde obiger Zuwachs zu einem Anstieg des Wirkungsquerschnitts führen. Grundzustandskorrelationen vom Mehrteilchen-Mehrloch-Typ sind in unseren RPA-Rechnungen aber nicht enthalten.

In Abb. 33 ist die energieintegrierte Stärke als Funktion des Streuwinkels dargestellt. Wie in Figur a zu sehen ist, werden in der (p,n)-Streuung die 1h ω - und 2h ω -Moden in Vorwärtsrichtung nur schwach angeregt. Das Verhältnis der integrierten Gesamtstärke (I_{ges} , durchgezogene Linie) zu den integrierten 1h ω - und 2h ω -Stärken (gepunktete und gestrichelte Linien) ist jeweils etwa 10. Wir können also daraus schließen, daß wir im 0^0 -(p,n)-Spektrum experimentell fast nur GT-Stärke messen. Erst bei $\theta = 5.5^\circ$ ist die integrierte 1h ω -Stärke

($I(1h\omega)$) im (p,n)-Spektrum maximal. Das Verhältnis der $1h\omega$ - zur $2h\omega$ -Stärke ist etwa $I(1h\omega)/I(2h\omega) = 3$.

In Figur b sind die integrierten Stärken für die ($^3\text{He},t$)-Reaktion aufgetragen. Auffallend ist die starke Anregung der $2h\omega$ -Moden unter Vorwärtswinkeln. Das Verhältnis der integrierten Gesamtstärke (I_{ges} , durchgezogene Linie) zur $1h\omega$ -Stärke (gepunktete Linie) ist, wie in der (p,n)-Reaktion, $I_{\text{ges}}/I(1h\omega) = 10$. Das Verhältnis zur integrierten $2h\omega$ -Stärke hingegen ist nur $I_{\text{ges}}/I(2h\omega) = 3$.

Beim Streuwinkel $\theta = 1.75^\circ$ ist die integrierte $1h\omega$ -Stärke maximal. Das Verhältnis $I(1h\omega)/I(2h\omega)$ ist dann etwa 3.

Um die $1h\omega$ -Moden zu untersuchen, muß man also das (p,n)-Spektrum bei etwa 5.5° und das ($^3\text{He},t$)-Spektrum bei etwa $\theta = 1.75^\circ$ analysieren.

In Abb. 34 zerlegen wir die integrierten $1h\omega$ - und $2h\omega$ -Stärken in die Beiträge der einzelnen Multipolaritäten. Wir sehen daraus, daß das Maximum der integrierten $1h\omega$ -Stärke beim Streuwinkel $\theta = 5.5^\circ$ (Abb. 34a) und $\theta = 1.75^\circ$ (Abb. 34b) auf die Anregung der 1^- - und 2^- -Zustände zurückzuführen ist. Die 3^- - und 4^- -Beiträge sind klein, da dieses hauptsächlich $3h\omega$ -Zustände sind und unsere Kernstrukturechnungen nur in einem $2h\omega$ -Modellraum durchgeführt sind.

Während nun für die (p,n)-Reaktion (Fig. c) das Maximum der integrierten $2h\omega$ -Stärke erst bei einem Streuwinkel $\theta = 90^\circ$ erscheint und vorwiegend durch die Zustände mit Spin-Parität $J^\pi = 2^+$ und 3^+ aufgebaut wird, ist das Maximum der integrierten $2h\omega$ -Stärke in der ($^3\text{He},t$)-Reaktion (Fig. d) schon bei $\theta \approx 0^\circ$ und besteht hauptsächlich aus 1^+ -Stärke. Erst in den $^{90}\text{Zr}(^3\text{He},t)$ -Spektren für $\theta \approx 30^\circ$, d.h. für etwa den gleichen Impulsübertrag wie in der (p,n)-Streuung, zeigt sich dann das Maximum der integrierten 2^+ - und 3^+ -Stärke.

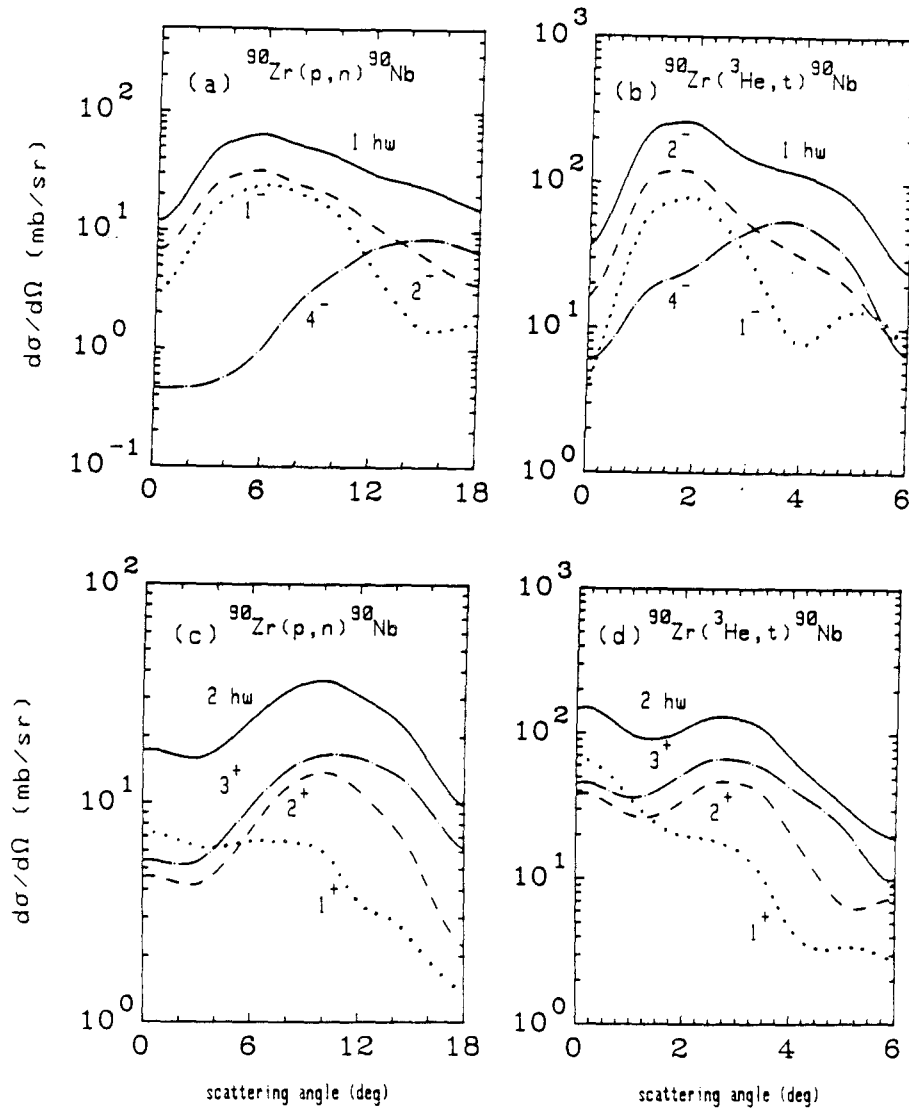


Abb. 34: Aufspaltung der integrierten 1hw- und 2hw-Stärken in die Beiträge der einzelnen Multipolaritäten.

Für die im Experiment gemessenen Spektren geben wir in Tabelle 2 die integrierten berechneten Stärkeverteilungen für die einzelnen Moden an und die integrierte, im Experiment gemessene Stärke. Die erste Reihe bezieht sich auf die ($^3\text{He},t$)-, die zweite auf die (p,n)-Spektren.

In der oberen Tabelle sind die integrierte totale Stärke (TOTAL) und die Beiträge der einzelnen 1hw-Multipolaritäten angegeben. Die rechte Spalte entspricht der integrierten experimentellen Gesamtstärke (EXP). Die untere Tabelle zeigt die Beiträge der 0hw- und 2hw-Zustände mit Spin-Parität $J^\pi = 0^+, 1^+$,

1 hw							
$\theta(\text{deg})$	0^-	1^-	2^-	3^-	4^-	TOTAL	EXP.
0.0	9.3	3.7	16.2	1.5	6.1	444.1	487.4
0.0	1.1	3.1	6.9	0.3	0.5	138.1	163.0
2.5	9.3	52.9	74.4	9.9	36.8	338.7	335.7
7.0	3.3	23.8	28.4	2.2	1.8	99.6	131.8
4.3	5.2	9.6	26.8	14.8	44.7	167.1	205.2
12.8	0.5	4.0	10.2	6.4	7.5	61.2	89.2

$\theta(\text{deg})$	0^+	1^+	2^+	3^+	GT	TOTAL	EXP.
0.0	9.8	314.3	37.8	45.4	250.9	444.1	487.4
0.0	5.4	110.2	4.6	5.4	102.9	138.0	163.0
2.5	0.6	44.6	45.0	65.1	25.9	338.7	335.7
7.0	0.5	17.1	10.1	12.4	10.1	99.6	131.8
4.3	0.7	15.3	14.1	36.0	11.7	167.1	205.2
12.8	0.1	6.2	10.6	15.6	2.5	61.2	89.2

Tabelle 2: Energieintegrierte Stärkeverteilung ($E_x \leq 40$ MeV) der einzelnen Multipolaritäten. Der Anteil der GT-Stärke an der gesamten 1^+ -Stärke ist mit GT bezeichnet. Die erste Reihe bezieht sich auf die $(^3\text{He},t)$ -, die zweite auf die (p,n) -Spektren. Die integrierte totale Stärke bezeichnen wir mit TOTAL, die im Experiment gefundene mit EXP.

2^+ und 3^+ . Der Beitrag der GT-Stärke zur totalen 1^+ -Stärke ist mit GT bezeichnet.

Die Tabelle zeigt deutlich den starken Beitrag der $2hw$ - 1^+ -Stärke in den $(^3\text{He},t)$ -Spektren für Vorwärtswinkel. Bilden wir die Differenz zwischen integrierter 1^+ - und GT-Stärke, so finden wir 63 mb (14 % der Gesamtstärke), während wir im (p,n) -Spektrum für 0^0 nur 9 mb (8 % der Gesamtstärke) finden. Auch die 2^+ - und 3^+ -Zustände werden in der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion etwa um einen Faktor 8 stärker angeregt.

Die $1hw$ -Moden hingegen werden unter Vorwärtswinkeln nur etwa um einen Faktor 3 stärker angeregt. Diese Werte zeigen, daß wir in den Nullgradspektren der

(p,n)-Reaktion vorwiegend GT-Stärke (etwa 75 % der Gesamtstärke) messen, in der ($^3\text{He},t$)-Reaktion jedoch neben der GT-Stärke noch sehr viel $2h\omega$ -Stärke. Der Anteil der GT-Stärke an der gesamten Stärke ist in ($^3\text{He},t$)-Spektren für $\theta = 0^\circ$ nur 56 %.

Bilden wir die Differenz zwischen experimenteller und der totalen berechneten Stärke in den Nullgradspektren, so erhalten wir für die (p,n)-Reaktion $\Delta\sigma = \sigma_{\text{exp}} - \sigma_{\text{calc}} = 25 \text{ mb}$ und für die ($^3\text{He},t$)-Reaktion $\Delta\sigma = 43 \text{ mb}$. Der Hauptgrund für diese Differenz ist in beiden Spektren der zu kleine Modellraum ($2h\omega$) für die Kernstrukturrechnungen. Ein weiterer Grund kann in der durch Mehrteilchen-Mehrloch-Grundzustandskorrelationen erzeugten zusätzlichen S_{β^-} -Stärke liegen, die wir in unseren RPA-Rechnungen nicht einschließen.

Vergleicht man in den ($^3\text{He},t$)- und (p,n)-Spektren für 2.5° bzw. 7° die integrierte experimentelle Stärke mit der totalen berechneten Stärke, so fällt auf (s. Abb. 29), daß wir das ($^3\text{He},t$)-Spektrum sehr gut beschreiben (berechnete Stärke TOTAL = 338.7 mb, exp. Stärke EXP = 335.7 mb), während wir das (p,n)-Spektrum um 32 mb unterschätzen. Das Unterschätzen des (p,n)-Spektrums ist, wie bereits erwähnt, auf den zu kleinen RPA-Modellraum zurückzuführen. Bezüglich der guten Übereinstimmung mit dem experimentellen ($^3\text{He},t$)-Spektrum müssen wir beachten, daß unsere Rechnungen die durch die Wahl des optischen Potentials bedingten Unsicherheiten in der Winkelverteilung beinhalten.

VII. Zusammenfassung

Im Rahmen dieser Arbeit beschäftigen wir uns mit der mikroskopischen Analyse von magnetischen Riesenresonanzen, die in (p,n) - und $(^3\text{He},t)$ -Reaktionen bei einer Einschußenergie von 200 MeV pro Nukleon angeregt werden. Im Gegensatz zum 0^0 -(p,n)-Spektrum zeigt das 0^0 -($^3\text{He},t$)-Spektrum oberhalb der Gamow-Teller-Resonanz eine breite Struktur, die als Einhüllende der $\Delta L=1$ - und $\Delta L=2$ -Moden interpretiert wird. Diese Reaktion kann daher zusätzliche Information über die Stärkeverteilung dieser Moden und damit über GT-Stärke in diesem Anregungsenergiebereich liefern.

Es wurden deshalb ein Formalismus und ein DWBA-Computer-Code DCP1 für die Streuung zusammengesetzter Teilchen entwickelt, der die "knock on"-Austausch-T-Matrix mit Kräften endlicher Reichweite exakt behandelt. Die Kernanregungen beschreiben wir im Rahmen der "Random Phase Approximation" (RPA). Dabei berücksichtigen wir alle $(0-2)h\omega$ -Zustände mit Spin-Parität $J^\pi = 0^-, 0^+, 1^-, 1^+, 2^-, 2^+, 3^-, 3^+$ und 4^- .

Die Wirkungsquerschnitte werden in der "distorted wave impulse approximation" (DWIA) berechnet. Für die $(^3\text{He},t)$ -Reaktion bei einer Einschußenergie von 600 MeV, d.h. 200 MeV pro Nukleon, existieren bisher keine optischen Parameter.

Deshalb konstruieren wir das optische Potential durch Einfachfaltung des bekannten optischen Proton-Kernpotentials für 200 MeV mit der experimentell bestimmten Projektilgrundzustandsdichte. Da die Streuquerschnitte zu den einzelnen Spin-Paritätszuständen natürlich von der Tiefe und Breite des optischen Potentials abhängen, können wir daher Unsicherheiten in der absoluten Normierung und Winkelverteilung nicht ausschließen.

Trotzdem zeigen wir, daß die Spektren der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion bis zu einer Anregungsenergie von $E_x = 40$ MeV (bezogen auf den Endkern) ebenso wie die (p,n) -Spektren gut durch korrelierte Einteilchen-Einloch-Spin-Isospin-Anregungen beschrieben werden können. Beide Spektren sind nahezu untergrundfrei und zeigen eine lineare Spin-Isospin-Response des Targetkerns auf das probende (p,n) - bzw. $(^3\text{He},t)$ -Feld.

Im Anregungsenergiebereich $0 < E_x < 18$ MeV können wir jeweils die kollektive Gamow-Teller-Resonanz als absolut dominierenden Zustand im 0^0 -Spektrum identifizieren. Sie hat die Quantenzahlen $L=0$, $T=S=1$ und $J^\pi = 1^+$.

Unterhalb der GTR ist in beiden Reaktionen fast kein Untergrund (Anregungen vom $\Delta L=1$ - oder $\Delta L=2$ -Typ), so daß der im Experiment in diesem Energiebereich beobachtete Wirkungsquerschnitt nahezu ausschließlich GT-Stärke ist.

Im Energiebereich $18 \text{ MeV} < E_x < 40 \text{ MeV}$ finden wir im 0^0 -Spektrum der $(^3\text{He},t)$ -Reaktion aufgrund der starken Absorption große Beiträge von $\Delta L=2$ -Anregungen, die die experimentell beobachtete breite Struktur ziemlich gut beschreiben.

Die $\Delta L=2$ -Resonanz ist die Einhüllende der Streuquerschnitte zu Spin-Paritätszuständen mit $J^\pi = 1^+$, 2^+ und 3^+ . Sie liegt bei einer Anregungsenergie von $E_x = 30$ MeV und hat eine Breite von etwa 22 MeV.

Die bei gleichem Impulsübertrag berechneten Wirkungsquerschnitte beider Reaktionen für höhere Streuwinkel zeigen eine sehr ähnliche Struktur. So ist sowohl im 2.5^0 - $(^3\text{He},t)$ -Spektrum als auch im 7^0 - (p,n) -Spektrum die $\Delta L=1$ -Resonanz dominierend. Sie ist die Überlagerung der Anregungen zu den Spin-Paritäts-Zuständen $J^\pi = 0^-$, 1^- und 2^- und ist bei einer Anregungsenergie $E_x = 20$ MeV lokalisiert. Die Breite dieser Resonanz ist etwa 18 MeV.

Unsere Ergebnisse lassen vermuten, daß die ($^3\text{He},t$)-Probe für die Bestimmung von GT-Stärke und eine Untersuchung des Δ -Quenching-Mechanismus ebenso gut geeignet ist wie die (p,n)-Probe.

Quantitative Aussagen über GT-Stärke im Energiebereich $20 \leq E_x \leq 40$ MeV und die damit verbundene Frage des Quenchings können wir allerdings wegen des kleinen RPA-Modellraums ($2\hbar\omega$) und der Unsicherheiten, die aus der Konstruktion des optischen Potentials und der Bestimmung der "spreading width" herrühren, nicht machen. Trotzdem zeigen unsere Rechnungen, daß wir die Streuung zusammengesetzter Teilchen im Rahmen unseres Formalismus ziemlich gut beschreiben können.

VIII. Anhänge

Anhang 1: a) Die Targetübergangsdichte

Mit den Feldvernichtungs- und Felderzeugungsoperatoren

$$\hat{\psi}_T(\vec{r}_1) = \sum_h a_{\widetilde{m}_h \nu_h} \phi_{j_h \widetilde{m}_h}^+(\vec{r}_1) n_{2\nu_h}^+$$

bzw.

$$\hat{\psi}_T^+(\vec{r}_1) = \sum_p a_{\widetilde{m}_p \nu_p}^+ \phi_{j_p \widetilde{m}_p}(\vec{r}_1) n_{1\nu_p}$$

und der zu gutem Gesamtdrehimpuls J gekoppelten Wellenfunktion

$$\begin{aligned} [\phi_{j_p} \otimes \phi_{\widetilde{j}_h}^+]_{JM_J} &= \sum_{\lambda_S} X(\ell_p \frac{1}{2} j_p, \ell_h \frac{1}{2} j_h, \lambda_S J) [\phi_{\ell_p} \otimes \phi_{\widetilde{\ell}_h}^+]_{\lambda M_\lambda} \\ &\times [\xi_p \otimes \xi_{\widetilde{h}}^+]_{SM_S} \langle \lambda M_\lambda SM_S | JM_J \rangle \end{aligned} \quad (A.1.1)$$

erhalten wir unter Beachtung von

$$\begin{aligned} \langle I_B^{M_B} | A_{p\widetilde{h}JM_J\nu_p\widetilde{\nu}_h}^+ | I_A^{M_A} \rangle &= \hat{I}_B^{-1} \langle I_A^{M_A} JM_J | I_B^{M_B} \rangle \langle I_B^{M_B} | A_{p\widetilde{h}JM_J\nu_p\widetilde{\nu}_h}^+ | I_A^{M_A} \rangle \\ &= \hat{I}_B^{-1} \langle I_A^{M_A} JM_J | I_B^{M_B} \rangle A_{p\widetilde{h}JM_J\nu_p\widetilde{\nu}_h}^{+,BA} \end{aligned} \quad (A.1.2)$$

sofort (2.22.1) und (2.22.2).

b) Die Projektilübergangsdichte

Wir entwickeln die Feldoperatoren für das Projektil ebenfalls nach Eigenfunktionen des internen Projektil-Hamiltonoperators H_a und erhalten in der ℓ -s-Kopplung mit den Feldoperatoren

$$\hat{\psi}_p(\vec{r}_2') = \sum a_{\widetilde{m_1 \sigma_1 v_1}} \phi_{\widetilde{\ell_1 m_1}}^+(\vec{r}_2') \xi_{\widetilde{1 \sigma_1}}^+ \eta_{\widetilde{1 v_1}}^+ \quad (A.1.3)$$

$$\hat{\psi}_p^+(\vec{r}_2) = \sum a_{m_2 \sigma_2 v_2}^+ \phi_{\ell_2 m_2}(\vec{r}_2) \xi_{2 \sigma_2} \eta_{2 v_2} \quad (A.1.4)$$

für die Projektilübergangsdichte

$$\begin{aligned} d(\vec{r}_2, \vec{r}_1') &= \langle b | d(\vec{r}_2, \vec{r}_2') | a \rangle = \langle b | \hat{\psi}_p(\vec{r}_2) \hat{\psi}_p^+(\vec{r}_2') | a \rangle \\ &= \langle b | \sum a_{m_2 \sigma_2 v_2}^+ a_{\widetilde{m_1 \sigma_1 v_1}} \phi_{\widetilde{\ell_1 m_1}}^+ \phi_{\ell_2 m_2} \xi_{\widetilde{1 \sigma_1}}^+ \xi_{2 \sigma_2} \eta_{\widetilde{1 v_1}}^+ \eta_{2 v_2} | a \rangle \\ &= \sum \langle b | A_{\ell_1 \ell_2 \ell m s m_s t m_t}^+ | a \rangle [\phi_{\ell_2} \otimes \phi_{\widetilde{\ell_1}}^+]_{\ell m} [\xi_2 \otimes \xi_{\widetilde{1}}^+]_{s m_s} [\eta_2 \otimes \eta_{\widetilde{1}}^+]_{t m_t} \\ &= \sum_{\ell_2} \langle b | A_{\ell_2 \ell_2 0}^+ | a \rangle [\phi_{\ell_2}(r_2) \otimes \phi_{\ell_2}(\vec{r}_2')]_{00} \\ &\quad \times \sum \langle s_a m_a s m_s | s_b m_b \rangle \hat{s}_b^{-1} \langle b | A_{s t m_t}^+ | a \rangle [\xi_2 \otimes \xi_{\widetilde{1}}^+]_{s m_s} [\eta_2 \otimes \eta_{\widetilde{1}}^+]_{t m_t} \end{aligned} \quad (A.1.5)$$

Mit den Definitionen

$$\phi_{\ell}(\vec{r}) = w_{\ell}(r) i^{\ell} Y_{\ell}(\hat{r}) \quad (A.1.6)$$

erhalten wir dann (2.23.1) und (2.23.2).

Der Übergang von den nichtlokalen Austauschdichten zu den direkten Dichten ist für die Ortsraumdichten einfach durch Ersetzung der Koordinaten \vec{r}'_1 und \vec{r}'_2 gegeben

$$\rho_{\lambda M_\lambda}^{\text{SJTM}_T}(\vec{r}_1, \vec{r}'_1) \rightarrow \rho_{\lambda M_\lambda}^{\text{SJTM}_T}(\vec{r}_1, \vec{r}_1) \quad (\text{A.1.7})$$

$$d_0(\vec{r}_2, \vec{r}'_2) \rightarrow d_0(\vec{r}_2, \vec{r}_2)$$

Die Spin- und Isospinübergangsdichten ergeben sich für das Target durch die Ersetzung

$$[n_1 \otimes n_2^+] \rightarrow [n_1 \otimes n_1^+] \quad (\text{A.1.8})$$

bzw.

$$[\xi_1 \otimes \xi_2^+] \rightarrow [\xi_1 \otimes \xi_1^+]$$

und für das Projektil durch die Ersetzung

$$[n_2 \otimes n_1^+] \rightarrow [n_2 \otimes n_2^+] \quad (\text{A.1.9})$$

bzw.

$$[\xi_2 \otimes \xi_1^+] \rightarrow [\xi_2 \otimes \xi_2^+]$$

Anhang 2: Spin-Isospin-Matrixelement im direkten Formfaktor

Um das Matrixelement zu berechnen, müssen wir von der Teilchen-Loch-Basis in eine Teilchen-Teilchen- bzw. Loch-Loch-Basis umkoppeln. Wir erhalten dann

$$\begin{aligned}
 v^D(\vec{p}) &= \langle [\xi_2 \otimes \xi_2^+]_{sm_s} [\eta_2 \otimes \eta_2^+]_{tm_t} [\xi_1 \otimes \xi_1^+]_{SM_S} [\eta_1 \otimes \eta_1^+]_{TM_T} v_D(\vec{p}) \rangle \\
 &= \sum \langle \frac{1}{2} \tau_1 \frac{1}{2} \tau_1' | TM_T \rangle \langle \frac{1}{2} \tau_2 \frac{1}{2} \tau_2' | tm_t \rangle \langle \frac{1}{2} \lambda_1 \frac{1}{2} \lambda_1' | SM_S \rangle \langle \frac{1}{2} \lambda_2 \frac{1}{2} \lambda_2' | sm_s \rangle \\
 &\quad \times \sum_{\substack{t_1 m_{t_1} \\ s_1 m_{s_1}, m_{s_1}'}} \langle \frac{1}{2} \tau_1 \frac{1}{2} \tau_2 | t_1 m_{t_1} \rangle \langle \frac{1}{2} \tau_1' \frac{1}{2} \tau_2' | t_1 m_{t_1} \rangle \\
 &\quad \times \langle \frac{1}{2} \lambda_1 \frac{1}{2} \lambda_2 | s_1 m_{s_1} \rangle \langle \frac{1}{2} \lambda_1' \frac{1}{2} \lambda_2' | s_1 m_{s_1}' \rangle \\
 &\quad \langle t_1 m_{t_1} s_1 m_{s_1}' | v^D(\vec{p}) | s_1 m_{s_1} t_1 m_{t_1} \rangle \tag{A.2.1} \\
 &= \sum_{t_1 s_1} (-)^q \langle s_1 m_{s_1} sm_s | k-q \rangle \chi(\frac{1}{2} \frac{1}{2} s_1, \frac{1}{2} \frac{1}{2} s_1, Ssk) \\
 &\quad \langle TM_T t-m_t | 00 \rangle \chi(\frac{1}{2} \frac{1}{2} t_1, \frac{1}{2} \frac{1}{2} t_1, Tt0) \\
 &\quad Y_{kq}^*(\hat{p}) v_0^{t_1 s_1 k}(\vec{p}) \hat{t}_1 \hat{s}_1 \hat{k}^{-1}
 \end{aligned}$$

Wir erhalten dann

$$v^D(\vec{p}) = \delta_{Tt} \delta_{Ss} \sum_k \langle SM_S sm_s | k-q \rangle \hat{k}^{-1} \tag{A.2.2}$$

$$\times (-)^q Y_{kq}^*(\hat{\rho}) \langle T_{T-t-t} | 00 \rangle V_D^{TSK}(\vec{\rho})$$

wobei V_D^{TSK} durch

$$V_D^{TSK}(\vec{\rho}) = \sum_{s_1 t_1} \hat{s}_1 \hat{t}_1 \chi\left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} s_1, \frac{1}{2} \frac{1}{2} s_1, SSk\right) \chi\left(\frac{1}{2} \frac{1}{2} t_1, \frac{1}{2} \frac{1}{2} t_1, TT0\right) V_D^{t_1 s_1 k}(\vec{\rho}) \quad (A.2.3)$$

definiert ist.

In (A.2.1) haben wir vorausgesetzt, daß nur Zentral- und Tensorkräfte beitragen, d.h.

$$\langle t_1 m_1 s_1 m'_1 | V_D(\vec{\rho}) | s_1 m_s t_1 m_t \rangle = \sum_{kq} \langle s_1 m_s kq | s_1 m'_s \rangle \langle t_1 m_t 00 | t_1 m_t \rangle Y_{kq}^*(\hat{\rho}) V_D^{t_1 s_1 k}(\rho) \quad (A.2.4)$$

Die Wechselwirkungskoeffizienten für Zentral ($k=0$)- und Tensor ($k=2$)-Kräfte $V_D^{t_1 s_1 k}$ sind gegeben durch

$$V_D^{t_1 s_1 k}(\rho) = \sum_{m_{s_1}, q} \langle s_1 m_{s_1} kq | s_1 m'_s \rangle \langle s_1 m_s | V_{D,kq}^{t_1 s_1 k}(\rho) | s_1 m'_s \rangle \quad (A.2.5)$$

wobei der Operator $V_{D,kq}^{t_1 s_1 k}$ die Struktur

$$V_{D,kq}^{t_1 s_1 k}(\rho) = \int d\hat{\rho} V_D^{t_1 s_1 k}(\rho) Y_{kq}(\hat{\rho}) \quad (A.2.6)$$

hat.

Anhang 3: Multipolentwicklung der Projektilübergangsdichte

a) Direkte Dichte

Die direkte Projektilübergangsdichte ist durch

$$d_0(\vec{r}_2, \vec{r}_2) = \frac{1}{4\pi} \sum_{\ell_2} \langle b \| A_{\ell_2 \ell_2 0}^+ \| a \rangle w_{\ell_2}(r_2) w_{\ell_2}(r_2) \hat{\ell}_2^2 \quad (\text{A.3.1})$$

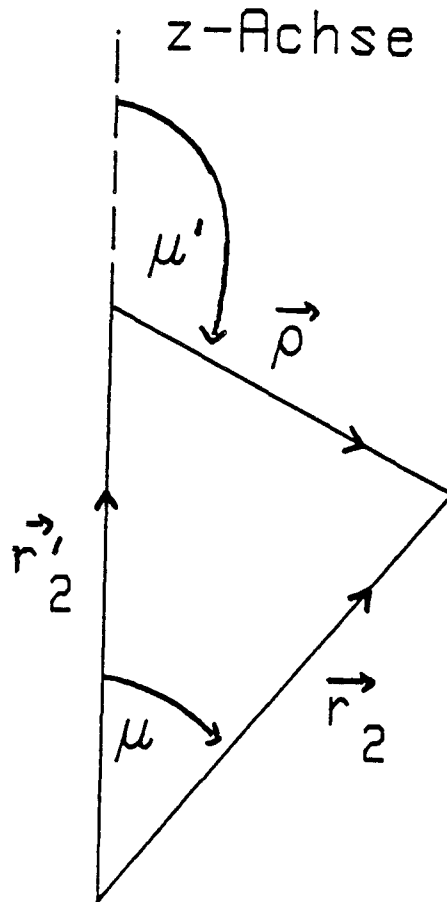


Abb. A3

gegeben. Um die \vec{r}_2 -Abhängigkeit in Multipole der Koordinaten \vec{r}'_2 und $\vec{\rho}$ zu entwickeln, wählen wir die Koordinaten wie in Abb. A3. Damit wird der Multipol $Y_{\lambda_2}(\hat{r}'_2)$ in (2.33.1) sehr einfach

$$Y_{\lambda_2 m_2}(\hat{0}) = \delta_{m_2 0} \hat{\lambda}_2 (4\pi)^{-1/2} \quad (\text{A.3.2})$$

und wir können einfach integrieren. Damit erhalten wir sofort (2.33.2).

b) Austauschübergangsdichte

Wegen der expliziten \vec{r}_2' -Abhängigkeit der Austauschdichte

$$d_0(\vec{r}_2, \vec{r}_2') = \sum_{\ell_2} \langle b \| A_{\ell_2 \ell_2 0}^+ \| a \rangle w_{\ell_2}(r_2) w_{\ell_2}(r_2') [Y_{\ell_2}(\hat{r}_2) \otimes Y_{\ell_2}(\hat{r}_2')]_{00} \quad (\text{A.3.3})$$

müssen wir den sich aus der Entwicklung der \vec{r}_2 -Abhängigkeit herrührenden Multipol der Koordinate \vec{r}_2' mit dem Multipol $Y_{\ell_2}(\hat{r}_2')$ koppeln. Die explizite Form der Entwicklung wird dadurch etwas komplizierter. Mit den in Abb. A3 gewählten Koordinaten erhalten wir (2.38.1-3).

Anhang 4

a) Entwicklung der \vec{r}_2' -Abhängigkeit der Projektildichte in Multipole
der Koordinaten \vec{r}_1 und \vec{r}_b

Um die durch (2.33.1) entstandene \vec{r}_2' -Abhängigkeit nach der Relativkoordinate zwischen Projektil und Target \vec{r}_b und der Targetnukleonkoordinate \vec{r}_1 zu entwickeln, wählen wir die Koordinaten wie in Abb. A4. Die z-Achse wählen wir in \vec{r}_b -Richtung. Damit wird der Multipol $Y_\ell(\hat{r}_b)$ in (2.34.1) sehr einfach und wir erhalten durch Integration über \vec{r}_1 direkt (2.34.2).

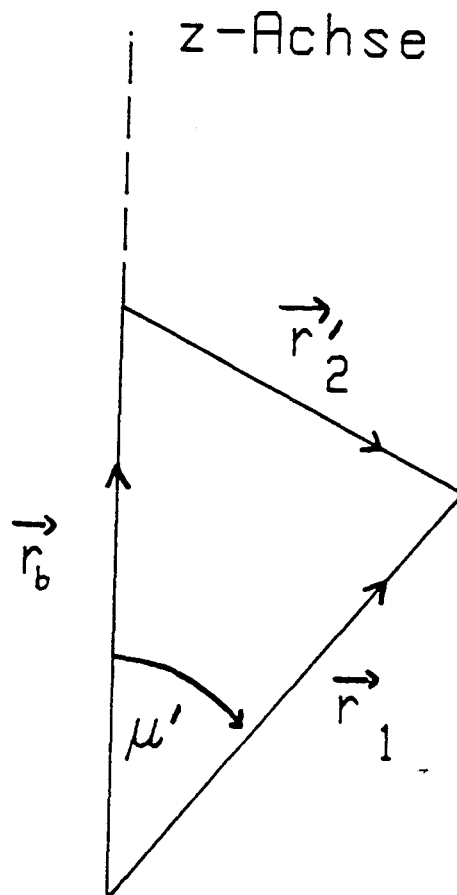


Abb. A4

b) Der direkte Formfaktor

Setzen wir die Entwicklung (2.34.1-2) der Projektilübergangsdichte in (2.31.2) ein, so erhalten wir nach Integration über \vec{r}_1 nur noch eine Funktion \vec{r}_b und $\vec{\rho}$. Integrieren wir zunächst die \vec{r}_1 -Abhängigkeit, so ergibt sich

$$H_{L\lambda SJT}(\vec{r}_b, \vec{\rho}) \equiv \sum_{\lambda_2, \ell} H_{L\lambda SJT}^{\lambda_2 \ell}(r_b, \rho) [Y_{\ell}(\hat{r}_b) \otimes Y_{\lambda_3}(\hat{\rho})]_{\lambda M_{\lambda}} \quad (A.4.1)$$

wobei der Multipolkoeffizient durch

$$H_{L\lambda SJT}^{\lambda_2 \ell}(r_b, \rho) = (-)^{\ell} \hat{\lambda}_1^{-1} \int r_1^2 dr_1 \rho_{\lambda M_{\lambda}}^{SJT M_T}(r_1) d_{0, \lambda_2 \ell}(r_b, r_1, \rho) \quad (A.4.2)$$

gegeben ist. Koppeln wir nun den Multipol der Koordinate $\vec{\rho}$ $Y_{\lambda_3}(\hat{\rho})$ mit dem Kraftmultipol $Y_k(\hat{\rho})$, so erhalten wir mit (A.4.1)

$$I_{L\lambda SJTk}(\vec{r}_b, \vec{\rho}) = \sum_{\ell \beta} G_{L\lambda SJTk}^{D, \ell \beta}(r_b, \rho) [Y_{\ell}(\hat{r}_b) \otimes Y_{\beta}(\hat{\rho})]_{LM_L} \quad (A.4.3)$$

Dabei ist der Koeffizient gegeben durch

$$\begin{aligned} G_{L\lambda SJTk}^{D, \ell \beta}(r_b, \rho) &= \sum_{\lambda_2} (4\pi)^{-1/2} \hat{\lambda}_2 \hat{\lambda}_1 \langle \lambda_3 0 k 0 | \beta 0 \rangle W(\beta k \ell \lambda; \lambda_3 L) \\ &\times V_D^{TSk}(\rho) \cdot H_{L\lambda SJT}^{\lambda_2 \ell}(r_b, \rho) \end{aligned} \quad (A.4.4)$$

Wir können nun direkt über $\vec{\rho}$ integrieren und erhalten

$$\begin{aligned} I_{L\lambda SJTk}^D(\vec{r}_b) &= \int d\vec{\rho} \sum_{\ell \beta} G_{L\lambda SJTk}^{D, \ell \beta}(r_b, \rho) [Y_{\ell}(\hat{r}_b) \otimes Y_{\beta}(\hat{\rho})]_{LM_L} \\ &= I_{\lambda SJTk}^L(r_b) Y_{LM_L}(\hat{r}_b) \end{aligned} \quad (A.4.5)$$

wobei wegen

$$\int d\hat{\rho} Y_{\beta m_{\beta}}(\hat{\rho}) = \sqrt{4\pi} \delta_{\beta 0} \delta_{m_{\beta} 0} \quad (\text{A.4.6})$$

der Multipolkoeffizient die Struktur

$$I_{\lambda \text{SJTk}}^L(r_b) = (-)^{\lambda} \hat{L}^{-1} \int \rho^2 d\rho V_D^{\text{TSk}}(\rho) \int r_1^2 dr_1 \rho_{\lambda M_{\lambda}}^{\text{SJTMT}}(r_1) d_{0, kL\lambda}(r_b r_1, \rho) \quad (\text{A.4.7})$$

hat.

Der Koeffizientenvergleich mit (2.16) liefert (2.35).

Anhang 5: Entwicklung der \vec{r}_1 -Abhängigkeit in der Targetübergangsdichte

Die \vec{r}_1 -Abhängigkeit der Targetübergangsdichte ist durch die Lochwellenfunktion $R_{\ell_h}(r_1') Y_{\ell_h m_h}(\hat{r}_1')$ gegeben. Wählen wir die Koordinaten wie in Abb. A5 dargestellt, so erhalten wir (2.36.1). Da die z-Achse in \vec{r}_1 -Richtung liegt, ist der Multipol $Y_{\ell_h m_h}(\hat{r}_1)$ sehr einfach, nämlich:

$$Y_{\ell_h m_h}(\hat{0}) = \delta_{m_h 0} \hat{r}_h (4\pi)^{-1/2} \quad (\text{A.5.1})$$

Der Multipolkoeffizient in (2.36.1) ergibt sich jetzt einfach durch Integration über $\hat{\rho}$ und wir erhalten (2.36.2).

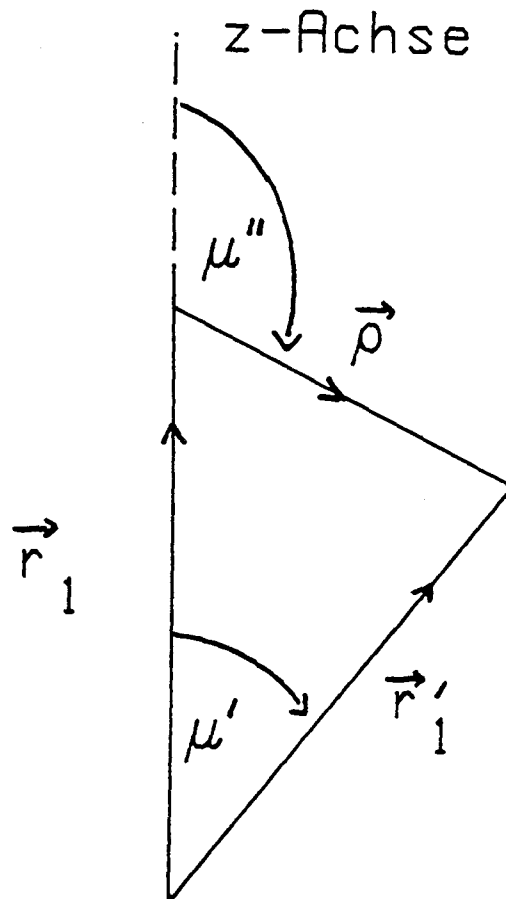


Abb. A5

Anhang 6: Die Target-Projektil-Relativkoordinaten
im Eingangs- und Ausgangskanal

Wir machen die Annahme, daß das Target relativ zum Projektil unendlich schwer ist ($m_A \gg m_a$), so daß der Schwerpunkt des Projektil-Targetsystems mit dem Targetschwerpunkt identisch ist. Ferner nehmen wir an, daß der Schwerpunkt des Targetcore's mit dem Targetschwerpunkt identisch ist. Mit den wie in Abb. A2 gewählten Koordinaten erhalten wir für die Projektil-Target-Relativkoordinate im Ausgangskanal

$$\vec{r}_b = \left(\frac{m_a - 1}{m_a} \vec{r}_c + \vec{r}_1' \right) m_a^{-1} \quad (\text{A.6.1})$$

und für die Relativkoordinate im Eingangskanal

$$\vec{r}_a = \left(\frac{m_a - 1}{m_a} \vec{r}_c + \vec{r}_2' \right) m_a^{-1} \quad (\text{A.6.2})$$

Die Differenz wird also (s. Abb. A6)

$$\vec{r}_b - \vec{r}_a = m_a^{-1} (\vec{r}_1' - \vec{r}_2') = m_a^{-1} \vec{\rho} \quad (\text{A.6.3})$$

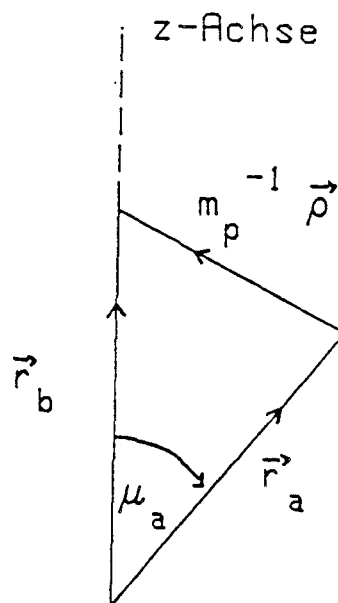


Abb. A6

Literaturverzeichnis

1. G.R. Satchler, Direct Nuclear Reactions, Clarendon Press, Oxford, 1983.
2. N. Austern, Direct Nuclear Reaction Theories, John Wiley & Sons, New York, 1970.
3. A. Bohr, B. Mottelson, Nuclear Structure, Vol. I+II, W.A. Benjamin, London, 1975.
4. D.E. Bainum, J. Rapaport, C.D. Goodman, D.J. Horen, C.C. Foster, M.B. Greenfield und C.A. Goulding, Phys. Rev. Lett. 44 (1980) 1751.
5. D.C. Goodman, C.A. Goulding, M.B. Greenfield, J. Rapaport, D.E. Bainum, C.C. Foster, W.G. Love und F. Petrovich, Phys. Rev. Lett. 44 (1980) 1755.
6. D.J. Horen, C.D. Goodman, D.E. Bainum, C.C. Foster, C. Gaarde, C.A. Goulding, M.B. Greenfield, J. Rapaport, T.N. Taddeucci, E. Sugarbaker, T. Masterson, S.M. Austin, A. Galonsky und W. Sterrenburg, Phys. Lett. 99B (1981) 383.
7. C. Gaarde, J. Rapaport, T.N. Taddeucci, C.D. Goodman, C.C. Foster, D.E. Bainum, C.A. Goulding, M.B. Greenfield, D.J. Horen und E. Sugarbaker, Nucl. Phys. A369 (1981) 258.
8. C. Gaarde et al., Nucl. Phys. A334 (1980) 248.
9. C. Gaarde, Nucl. Phys. A396 (1983) 127c;
Spin Excitations in Nuclei, Hrsg. F. Petrovich et al., Plenum, New York, 1984.
10. C.D. Goodman, in: Spin Excitations in Nuclei, Hrsg. F. Petrovich et al., Plenum, New York, 1984;
Proc. Int. Conf. on Nucl. Phys., Vol. 2, Florenz, 1983, Hrsg. P. Blasi und R.A. Ricci, Tipografia Compositori, Bologna.

11. A. Richter, Proc. Int. Conf. on Nucl. Phys., Florenz, 29.8.-3.9.1983, Edizione Compositori, und Referenzen darin.
12. N. Anantaraman, C.M. Crawley, A. Galonsky, C. Djalali, N. Marty, M. Morlet, A. Willis und J.C. Jourdain, Phys. Rev. Lett. 46 (1981) 1318.
13. F.E. Bertrand, F.E. Gross, D.J. Horen, J.R. Wu, J. Tinsley, D.K. McDaniels, L.W. Swenson und R. Liljestrang, Phys. Lett. 103B (1981) 326.
14. M. Goldhaber, E. Teller, Phys. Rev. 73 (1948) 1946.
15. V. Gillet, Nucl. Phys. 51 (1964) 410;
V. Gillet, N. Vinh Mau, Nucl. Phys. 54 (1964) 321;
G.F. Bertsch, S.F. Tsai, Phys. Rep. C18 (1975) 125;
K.F. Liu, G.E. Brown, Nucl. Phys. A265 (1976) 385.
16. P. Ring und J. Speth, Phys. Lett. 44B (1973) 447;
P. Ring, R. Bauer und J. Speth, Nucl. Phys. A206 (1973) 97;
S. Krewald, J. Birkholz, A. Faessler und J. Speth, Phys. Rev. Lett. 33 (1974) 1386;
G.A. Rinker, J. Speth, Nucl. Phys. A306 (1978) 360;
J. Speth und A. van der Woude, Rep. Prog. Phys. 44 (1981) 719.
17. K.I. Ikeda, S. Fujii und J.I. Fujita, Phys. Lett. 3 (1963) 271.
18. W.G. Love und M.A. Franey, Phys. Rev. C24 (1981) 1073.
19. K. Ikeda, Prog. Theor. Phys. 31 (1964) 434.
20. M. Ericson, A. Figureau und C. Th  venet, Phys. Lett. 45B (1973) 19.
21. M. Rho, Nucl. Phys. A231 (1974) 493.
22. K. Ohta und M. Wakamatsu, Nucl. Phys. A234 (1974) 445.
23. J. Delorme, M. Ericson, A. Figureau und C. Th  venet, Ann. Phys. 102 (1976) 273.
24. E. Oset und M. Rho, Phys. Lett. 42 (1979) 42.
25. W. Kn  pfer, M. Dillig und A. Richter, Phys. Lett. 95B (1980) 349.

26. A. Härtling, W. Weise, H. Toki und A. Richter, Phys. Lett. 104B (1981) 261.
27. H. Toki und W. Weise, Phys. Lett. 97B (1980) 12.
28. S. Krewald, F. Osterfeld, J. Speth und G.E. Brown, Phys. Rev. Lett. 46 (1981) 103.
29. A. Bohr und B.R. Mottelson, Phys. Lett. 100B (1981) 10.
30. G.E. Brown und M. Rho, Nucl. Phys. A372 (1982) 397.
31. T. Suzuki, S. Krewald und J. Speth, Phys. Lett. 107B (1981) 9.
32. H. Sagawa und N. Van Giai, Phys. Lett. 118B (1982) 167.
33. F. Osterfeld, S. Krewald, J. Speth und T. Suzuki, Phys. Rev. Lett. 49 (1982) 11.
34. E. Oset, H. Toki und W. Weise, Phys. Rep. C83 (1982) 281 und Referenzen darin.
35. I.S. Towner und F.C. Khanna, Phys. Rev. Lett. 42 (1971) 51; Nucl. Phys. A399 (1983) 334.
36. A. Arima und H. Hyuga, Mesons in Nuclei, Hrsg. D. Wilkinson, North Holland, Amsterdam, 1979, S. 683.
37. K. Shimizu, M. Ichimura und A. Arima, Nucl. Phys. A226 (1978) 282.
38. A. Arima, Spin Excitations in Nuclei, Hrsg. F. Petrovich et al., Plenum, New York, 1984.
39. G.F. Bertsch und I. Hamamoto, Phys. Rev. C26 (1982) 1323.
40. F. Osterfeld, Phys. Rev. C26 (1982) 762.
41. F. Osterfeld, Spin Excitations in Nuclei, Hrsg. F. Petrovich et al., Plenum, New York, 1984.
42. F. Osterfeld und A. Schulte, Phys. Lett. 138B (1984) 23.
43. F. Osterfeld und A. Schulte, Highly Excited States and Nucl. Structure, Hrsg. N. Marty und N. Van Giai, J. de Phys. 45 (1984).
44. F. Osterfeld, D. Cha, J. Speth, Phys. Rev. C31 (1985) 372.

45. D. Cha und F. Osterfeld, Antinucleon- and Nucleon-Nucleus-Interactions, Hrsg. G.E. Walker, C.D. Goodman und C. Olmer, Plenum, New York, 1985.
46. C. Ellegaard et al., Phys. Rev. Lett. 50 (1983) 1745.
47. C. Gaarde, J. de Phys. 45 (1984).
48. N. Bohr, Nuclear Structure, Proc. Niels Bohr Centennial Conf., Hrsg. R. Broglia, G. Hagemann und B. Herskind, Kopenhagen, 1985.
49. T. Udagawa, A. Schulte und F. Osterfeld, DCP1-CODE (unveröffentlicht).
50. W.R. Coker, T. Udagawa, H.H. Wolter, Phys. Lett. 41B (1972) 237; Phys. Rev. C27 (1973) 1154.
51. T. Udagawa, H.H. Wolter, W.R. Coker, Phys. Rev. Lett. 31 (1973) 1507.
52. T. Tamura, Rev. Mod. Phys. 37 (1965) 679.
53. F. Osterfeld, Dissertation Univ. Bonn, 1975, KFA Jül-Report 1247.
54. H. Feshbach, Ann. Phys. 5 (1958) 357; Ann. Phys. 19 (1962) 287.
55. N. Austern, R.M. Drisko, E. Rost und G.R. Satchler, Phys. Rev. 128 (1962) 733.
56. G.R. Satchler, Nucl. Phys. 55 (1964) 1; Nucl. Phys. 77 (1966) 481.
57. V.A. Madsen, Nuclear Spectroscopy and Reactions, Academic Press, 1975.
58. A.K. Kerman, H. McManus und R.M. Thaler, Ann. Phys. 8 (1959) 551.
59. T. Tamura, Phys. Rep. 14 (1974) 59.
60. T. Udagawa, A. Schulte und F. Osterfeld, eingereicht.
61. J. Speth, E. Werner und W. Wild, Phys. Rep. 33 (1977) 127.
62. J.S. McCarthy, I. Sick und R.R. Whitney, Phys. Rev. C15 (1977) 1396.
63. A. Nadasen, D. Schwandt, P.P. Singh, W.W. Jacobs, A.D. Bacher, P. Debevec, M.D. Kaitchuk und J.T. Meek, Phys. Rev. C26 (1982) 87.
64. N.S.P. King, J.K. Ullmann, Conf. on the (p,n)-Reaction and the Nucleon-Nucleon Force, Telluride, Colorado, 1979.

65. J. Rapaport, AIP Conf. Proc. No. 97, Hrsg. H.O. Meyer, American Institute of Physics, New York, 1983, S. 365.
66. B.E. Bonner, J.E. Simmons, C.R. Newson, P.J. Riley, G. Glass, J.C. Hiebert, M. Jain und L.C. Northcliffe, Phys. Rev. C18 (1978) 1418.
67. H.C. Chiang und J. Hüfner, Nucl. Phys. A349 (1980) 466.
68. G.F. Bertsch und O. Scholten, Phys. Rev. C25 (1982) 804.
69. T. Suzuki, S. Krewald und J. Speth, Phys. Lett. 107B (1981) 9.
70. F. Osterfeld, FROST-MARS-CODE (unveröffentlicht).
71. F. Osterfeld, Habilitationsschrift Univ. Bonn, Jül-Spez-283, 1985.
72. A. Schulte, T. Udagawa, F. Osterfeld, eingereicht.
73. J. Speth, V. Klemt, J. Wambach und G.E. Brown, Nucl. Phys. A343 (1980) 282.
74. C. Mahaux, H. Ngo, Nucl. Phys. A378 (1982) 205.
75. D. Cha, B. Schwesinger, J. Wambach und J. Speth, Nucl. Phys. A430 (1984) 321.
76. J.S. Dehesa, Doktorarbeit Univ. Bonn, 1978.
77. J.S. Dehesa, S. Krewald, J. Speth und A. Faessler, Phys. Rev. C15 (1977) 1858.
78. G.F. Bertsch, P.F. Bortignon und R.A. Broglia, Rev. Mod. Phys. 55 (1983) 287.
79. V.G. Soloviev, Proc. Int. Symp. on Highly Excited States and Nucl. Structure, Hrsg. N. Marty und N. Van Giai, J. de Phys. 45 (1984).
80. W. Knüpfer und B.C. Metsch, ibid Ref. 185.
81. P.F. Bortignon, R.A. Broglia, Xa Ke-Ding, ibid Ref. 185.
82. P. Ring und P. Schuck, The Nuclear Many-Body Problem, Springer Verlag, New York, 1980.

Danksagung

An dieser Stelle muß ich mich bei Prof. Dr. J. Speth dafür bedanken, daß er mir die Möglichkeit zur Anfertigung einer Arbeit in diesem Institut gegeben hat.

Mein aufrichtiger Dank gilt Dr. F. Osterfeld für die Betreuung meiner Arbeit. Während der letzten 3 Jahre hat er mich mit vielen Anregungen, Erklärungen und Diskussionen begleitet.

Mein besonderer Dank gilt Prof. T. Udagawa für die wertvolle Zusammenarbeit und die zahlreichen Diskussionen.

Für seine Freundschaft und viele Diskussionen möchte ich mich herzlich bei D. Provoost bedanken.

E. Brökel war stets ein hilfsbereiter Ansprechpartner für Fragen, die die Nutzung des Großrechnersystems der KFA betrafen.

Mein besonderes Dankeschön gilt Frau M. Heese für die sorgfältige Anfertigung dieses Manuskriptes.

Nicht zuletzt möchte ich mich bei allen Mitgliedern der Theorie-Gruppe für die freundschaftliche Arbeitsatmosphäre bedanken.